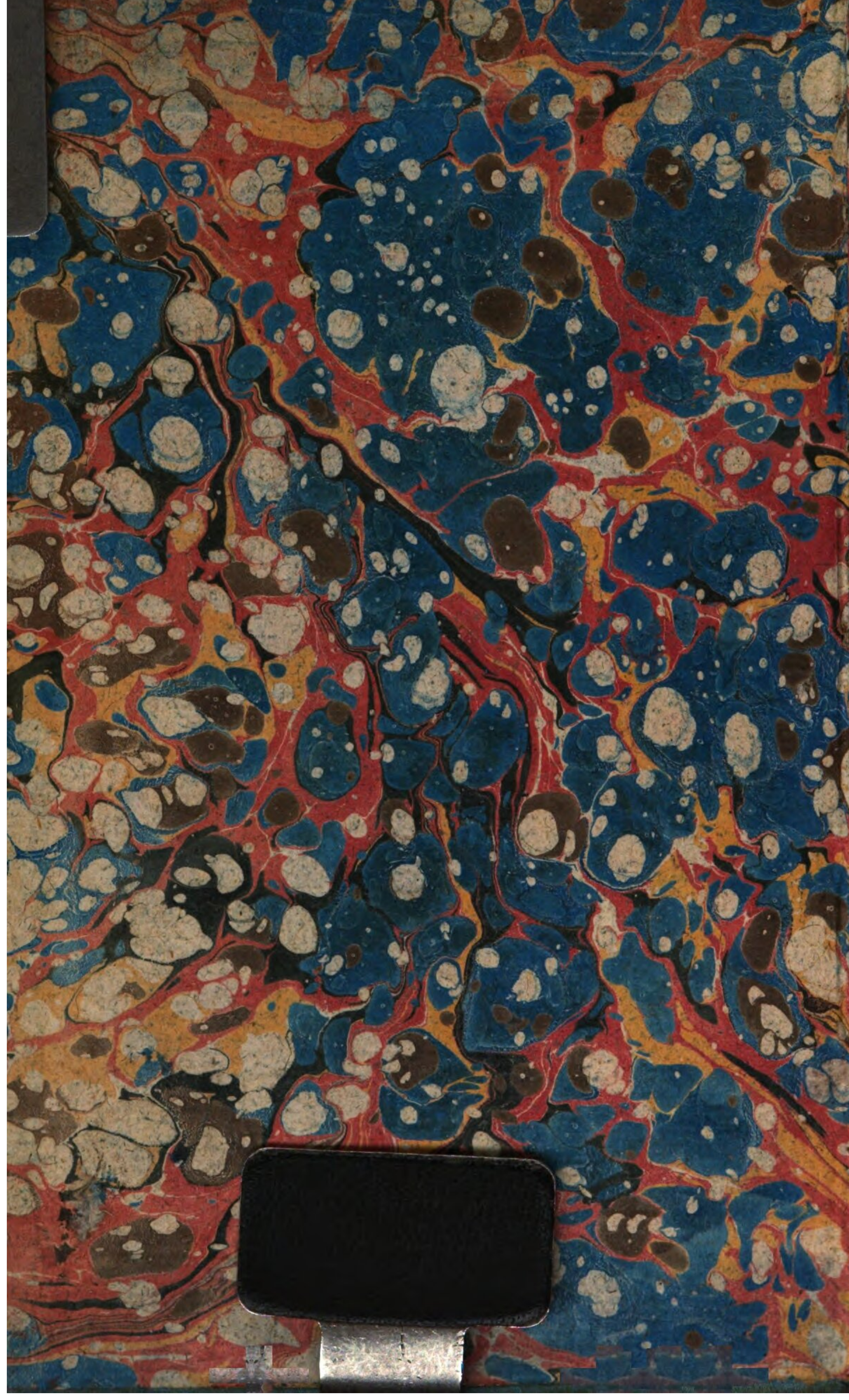






THEORIA MOTUS

CONFLICTU CORPORUM

181

A. D. G. M.

P. JOSEPHO AGRICOLA S. S.

PHILOSOPHIAE MAGISTRO, PRAEFECTO
SALUTIS ET ANTIQVITATIS
MUSEI, ET
ALII EX UNIVERSA PHILOSOPHIA CONTRAHENS

PROPOONABAT
SENATVS AC ERUDITVS
D. MORRIS DILLZ, LAUREATVS

PHILOSOPHIAE MAGISTRO, PRAEFECTO
SALUTIS ET ANTIQVITATIS
MUSEI, ET
IN ORDINE DIFFERENTIVM SEPTIMO
DIE AUGUSTI ANNI MDCCCLXIII
PUBLICAVIT IN AULA ACADEMICA

Hic post meridiem confectum

Typis JOHANNIS JACOBI HARTMANN, Typogr. Acad.

Dips. 152.

~~Yg² 2030⁷~~

~~Matheis. Statica & Mechanica~~

~~Systemata & methodi~~ 481.

THEORIA MOTUS
IN
CONFLICTU CORPORUM
PHYSICE ET ALGEBRAICE
EXPOSITA.

QUANDO

A. D. O. M.

PRAESIDE

P. JOSEPHO AGRICOLA S. J.

PHILOSOPHIAE MAGISTRO, EJUSDEMQUE IN
ALMA ET ANTIQUISSIMA UNIVERSITATE
HEIDELB. PROF. PUBL. ET ORD.

SELECTAS EX UNIVERSA PHILOSOPHIA POSITIONES

PROPUGNABAT

ORNATUS AC ERUDITUS

D. JACOBUS BOLZ, LEIMERSHEIMENS.

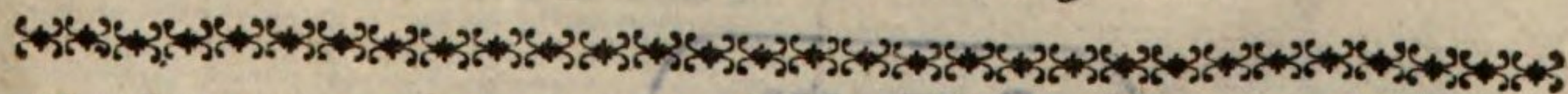
PHILOSOPH. BACCALUR. ETH. UTRIVSQUE PHYS.
AC MATHES. AUDITOR S. C. C.

IN ORDINE DEFENTIVM SEXTUS

DIE . AUGUSTI ANNI MDCCLXXIII.

HEIDELBERGAE IN AULA ACADEMICA

Horis post meridiem consuetis.



Typis JOANNIS JACOBI HAENER, Typog. Aulic. Acad.

N O M I N A
DD. DEFENDENTIUM.

I. D. LUDOVICUS MOLITOR,
Edesheimensis S. C. C.

Defendit die . Augusti ante meridiem.
Defendet etiam ex Mathefi.

II. D. JOSEPHUS TARUSELLO,
Frankenthalensis S. C. C.

Defendit die . Augusti ante meridiem.
Defendet etiam ex Mathefi.

III. D. PHILIPPUS VANDERLINDE,
Heidelbergensis.

Defendit die . Augusti post meridiem.

IV. D. ADOLPHUS KELLER,
Mannheimensis S. C. C.

Defendit die . Augusti post meridiem.

V. D. FRANCISCUS URICH,
Erlebacensis.

Defendit die . Augusti post meridiem.

VI. D. JACOBUS BOLTZ,
Leimersheimensis S. C. C.

Defendit die . Augusti post meridiem.

CONSPECTUS DISSERTATIONIS.

P A R S I.

DE IIS QUAE AD CONFLICTUM GENERATIM
SPECTANT.

CAPUT I. *Axiomata & definitiones.*

CAPUT II. *Leges cuivis motui communes.*

CAPUT III. *Mensura motus.*

P A R S II.

DE MOTU CORPORUM IN CONFLICTU SPECIATIM
CONSIDERATO.

CAPUT I. *De conflictu non elasticorum.*

1mo In impactu.

2do In incursu.

3tio In occurso.

CAPUT II. *De conflictu elasticorum.*

1mo In impactu.

2do In incursu.

3tio In occurso.

CAPUT III. *De conflictu cum plano immobili.*

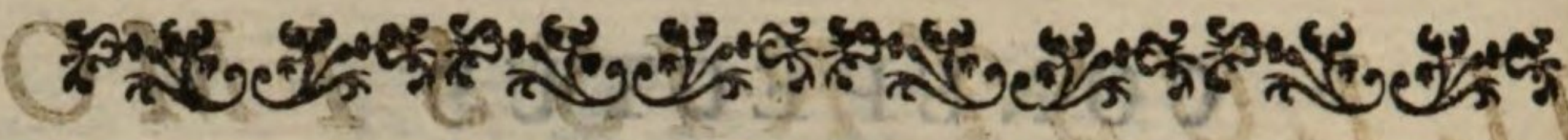
1mo Si utrumque corpus est perfecte durum.

2do Si alterutrum est elasticum.

3tio Si utrumque perfecte elasticum.

4to Si alterum durum alterum imperfecte elasticum.

CAPUT IV. *Crisis in leges conflictus a Cartesio traditas.*



PRAEFATIO.

Nihil esse in omni physica quod ad naturae cognitionem conducat magis, atque doctrinam de motu, nemo est RR. Physicorum qui dissentiat. Recte: omnis enim in natura mutatio motu absolvitur. Hanc NEUTONI, hanc BOSCOVICHII mentem esse, uterque palam facit, ille in Principiis math. philos. nat., hic tum in praeclara theoria sua, tum in variis dissertationibus, nimirum de motu in medio non resistente: de inaequalitate gravitatis in diversis terrae locis. Ex typographia I. ANTONII DE RUBEIS: de motu corporis attracti: de viribus vivis typis D. ROMAREK. Praeclaris hisce parentum suorum vestigiis insistant, quot quot hodie classicorum autorum nomen gerunt. Cum porro angustis physicae explanatio concellis coarctata sit, & materia de motu latissime pertineat, eadem breviter ut plurimum pertractari debet ab autoribus classicis, difficultate tyronum non modica. Et sane ipse experientia satis multa didici in conflictu potissimum cespitare qui physicam condiscere incipiunt. Id quod causae fuit, ut eandem hanc materiam dilucidandam mihi sumerem. Algebra, ad quam saepius provoco Autore R. P. HUBERTI S. J. edita est. Longiorem subinde esse oportuit in demonstrationibus algebraicis, quod tyronibus scriberem, quibus opellam hanc qualemcunque offero, eosdemque quam optime valere cupio.

EREA

*ILLUSTRISSIMO
EXCELLENTISSIMO*

AC

PERQUAM GRATIOSO DOMINO

*D. FRANCISCO
ALBERTO*

L.B. DE OBERNDORFF,

DOMINO IN REGENDORFF

ET WOLFFSEGG &c. &c.

S. E. P. STATUS ET CONCILII

SACRATORIS MINISTRO, JUDICII

AULICI PRÆSIDI, ORDINIS A LEONE

PALATINO EQUITI, ARCHISATRA-

PÆ IN BOXBERG &c. &c.

*DOMINO SUO PERQUAM
GRATIOSO.*

AD LUSTRISSIMO
EXCELLENTE

AC

PERGUNT GRATIO DOMINO
D. FRANGISCO
ALBERTO
I. B. DE OBERNDORFF
DOMINO IN REGENSDORFF
ET WOLFFESG &c. &c.

S. E. P. STATUS ET CONCI
SACRATORIS MINISTRO
CANTOR PRASIDI ORDINIS
PALATINO SOCIET. ARCHA
ZELLE PA IN BOXBERG
Furtensis, non possunt
que sunt alia
DOMINO S. E. P. PERGUNT
Furtensis, non possunt

1720

23

ILLUSTRISSE EXCELLENTISSE

AC

PERQUAM GRATIOSE DOMINE!

Post eruditos de motu labores Physica mea terminum circumspicit, in quo gratiose liceat conquiescere. Illum obtigisse mihi in singulari ILLUSTRISSIMÆ atque EXCELLENTISSIMÆ DOMINATIONIS TUÆ gratia ac Patrocinio, non possum non maximopere letari, quæ admirabili nexu utrumque illud conjungit, ut cum assiduis, atque gravissimis pro universa patria palatina curis & laboribus ipse detinea-

ILLUSTRISIME

EXCELLENTISIME

AC

PERQUAM GRATIOSE

DOMINE!

*ris, hi ipsi curarum motus, tutum aliis quietis
locum aperiant.*

*Ea nimirum est illustrissimorum in imperii
cælo siderum, quæ inter demississime revereri
TE, ac suspicere licet, ratio atque indoles, ut,
dum in perpetuo curarum pro patriæ salute mo-
tu positi, PRINCIPEM suum ceu splendidissi-
mum solem lucidissimi planetæ circumdant, mi-
nora in terris corpora, sua ipsi luce confoveant,*

ac

ac moderentur : Cumque ex sanioribus Newtonianæ ac Boscovichianæ Physicæ principiis quodcunque naturæ opus gemina lege, attractionis videlicet & repulsionis absolvatur, hanc ipsam legem æmula quadam ratione in TE expressam miramur ; eo solum discrimine, quod gratia trahere omnes, repellere neminem consueveris.

Quid, quantumque prærogativæ in hoc summo dignitatis fastigio ex illustrissima in TE fa-

milia dimanet, non est angustiae loci hujus, ne-
que per modestiam Tuam licet commemorare.

Id unum dixisse instar omnium sufficiat, post
maxima in terris atque curiis Palatinis munia
clarissima cum laude gesta, non modo Palatini
Leonis insignibus jure ac praerogativa quadam
tua condecoratum, sed & sacratioris Concilii
Ministrum Te primum ac principem a sapien-
tissimo Palatinorum SALOMONE, artium,
scien-

*Scientiarum, Religionis felicitatis publicæ statore
esse delectum; cui in sustentanda communi Ter-
rarum Archi-Palatinarum felicitate operam &
consilia commodare singulari penitus prærogati-
va liceat.*

*Plura posteris enarrabunt fasti seris nepoti-
bus transmittendi, ubi ad seram & ultimam
ætatem suo TE favore superi propitii provexe-
rint*

*runt, atque impertiti fuerint vitam, salutem,
felicitatem; quam devotissime cum bonis omni-
bus demississime TIBI precatur*

ILLUSTRISSIMÆ
EXCELLENTISSIMÆ
AC PERQUAM GRA-
TIOSÆ DOMINATIO-
NIS TUÆ

Servorum infimus.

Jacobus Bolz.



THEORIA MOTUS

IN

CONFLICTU CORPORUM.

P A R S I.

DE IIS QUAE AD CONFLICTUM
GENERATIM SPECTANT.

C A P U T I.

Axiomata quaedam & definitiones ad praesentem materiam pertinentes.

§. I. AXIOMATA.

I. **P**artes simul sumptae adaequant totum.

II. Ex quo quid componitur, in illud resolvi potest.

III. Quantitates, quae singulae sunt aequales eidem tertiae, sunt aequales inter se. Sic si $A=B$ & $C=B$ erit $A=C$.

A

COROL.

COROLLARIUM. Quoniam in rationibus spectatur quantitas exponentis; erunt etiam rationes aequales uni tertiae inter se aequales.

IV. Aequalia aequalibus substitui possunt.

V. Aequalia ad aequalia eandem rationem dicunt.

VI. Si quantitates inter se aequales aequaliter augeantur, vel minuantur, etiam auctae vel minutae aequales manent.

COROLLARIUM. Ergo si aequalibus aequalia addas, si aequalibus aequalia demas, hinc differentiae, illinc summae aequales erunt. II. Si quantitates aequales per eandem aut aequalem quantitatem multiplices aut dividas: facta aut quoti aequabuntur.

VII. Si ejusdem rationis termini per eandem quantitatem multiplicentur, aut dividantur, facta aut quoti sunt in eadem ratione, in qua antea fuerant. Sic si $A : B = C : D$ erit etiam $\frac{A}{x} : \frac{B}{x} = C : D$ item $Ax : Bx = C : D$. (*algeb.* §. 89.)

§. II.

Conflictus.

DEFINITIO I. Actio & reactio, qua unum corpus alterum physice contingens, illud urget & ab eodem vicissim urgetur ad status sui mutationem *conflictus* dicitur.

SCHOLION. Conflictus sine motu esse nequit: est autem *motus* continua ac successiva loci mutatio.

❧ ○ ❧

3

tio. Mobile vocatur, quod locum mutat aut mutare potest: mutatur vero locus quoties simultaneous aliis aliis ordine coexistitur.

§. III.

DEFINITIO II. Per vim motricem intelligo principium motus. Vis motrix.

§. IV.

DEFINITIO III. *Directio vel linea directionis*, est ea linea juxta quam fertur corpus dependenter ab actione vis motricis. Linea directionis.

COROLLARIUM I. In motu deorsum linea directionis est linea verticalis seu perpendicularis ducta a centro gravitatis cujusvis corporis ad centrum gravium h. e. ad centrum terrae vid. P. CHRISTIANUS MAYR S. J. collega meus mihi plurimum venerandus in elementis physico mathematicis p. II. fol. 64.

COROLLARIUM II. Idem mobile nequit simul diversis viis incedere; duas ergo diversas directiones simul habere non potest. vid. P. SCHERFFER S. J. *Mechanicae* n. 76. p. 102.

§. V.

DEFINITIO III. *Celeritas* qua corpora confligentia ad se accedunt est aptitudo qua mobile certo tempore certum spatium conficit. Celeritas.

COROLLARIUM. Celeritas igitur exprimi nequit nisi per rationem spatii ad tempus.

§. VI.

Leges mo-
tus.

DEFINITIO IV. Ad rite intelligendas leges conflictui proprias, necesse est prius perspectas habere leges tam conflictui, quam cuivis motui communes: leges vero istae recte dicuntur *ordinationes summi conditoris voluntate liberrime stabilitae*, quas (constantia experientia teste) *mobile quodvis inviolate sequitur*.

SCHOLION. Leges haec non esse necessitatis absolutae, ex eo manifestum fit, quod neque ex principio contradictionis, neque ex corporis natura derivari queant. Errat proinde impiissimus SPINOSA ejusdemque furfuris HUMEUS, quorum uterque ex legum, juxta quos motus in natura peraguntur, conflictu immutabilitate, & miracula ipsa & miraculorum possibilitatem impugnat. vid. *animadver. in librum essays concerning human understanding contra HUMEUM an. 1769. Heidelberg. edit.*

CAPUT II.

De legibus quae tam conflictui quam cuivis motui communes sunt.

§. I. LEX I.

Lex I. **M**obile perseverat in statu seu motus, seu quietis uniformiter in directum, nisi a vi movente extranea statum, in quo est, immutare cogatur. Quiescat corpus: ergo admo-

ad motum determinatum non est: sed sine
 determinatione ad motum non datur mo-
 tus, quia daretur sine ratione sufficiente:
 corpus porro se ipsum determinare non po-
 test; agere enim ex propria determinatio-
 ne est agere cum aliqua cognitione cur te
 determines, & appetitione illius, ad quod
 te determines; hic vero agendi modus
 qui spiritibus proprius est, non convenit
 materiae, uti ex metaphysica hic certum
 ponimus; *manebit proinde corpus in statu*
quietis nisi &c. 2. Sicuti autem in quiete,
 ita etiam *in motu perseverant corpora*, ubi
 semel moveri coeperunt. Corpora enim
 dum moventur, ideo moventur, quia ad
 motum determinata sunt; determinatio
 vero ista est ratio sufficiens *motus*, non
quietis; determinationem hanc uti corpora
 sibi non possunt tribuere, ita nec valent
 auferre, ex eadem ratione quae paulo ante
 data est: corpora igitur in motu posita in
 eodem perseverant nisi &c. 3. Eodem
 modo ostenditur perseverare corpora in
 statu motus *uniformiter in directum*. Cor-
 pora namque quotiescunque moventur,
 certa quadam *directione* certoque velocita-
 tis *gradu* moventur; ad utrumque ergo
 determinata sunt: quare ut vel alia dire-
 ctione, vel alio velocitatis gradu movean-
 tur,



tur, alia quoque determinatione opus est; hanc cum corpora ipsa sibi dare non possint ex dictis, necesse igitur est eandem a vi alia extranea accipiant: mota igitur moventur eadem directione qua moveri coeperunt, *h. e. in directum & eodem velocitatis gradu, h. e. aequabiliter.*

COROLLARIUM. Corpus suapte natura nec ad motum nec ad quietem propendet. 2. Motus omnis natura sua aequabilis & rectus est. 3. Ut corpus linea curva incedat, pluribus viribus simul urgeatur necesse est. 4. Corpus quacunque directione projectum perpetuo eadem celeritate ac directione moveretur, nisi causae extraneae obfisterent.

SCHOLION I. Nolumus determinationem quam lex ista corporibus tribuit, intelligi de quiete *absoluta*, aut motu *absolute* recto & aequabili, quae nec a *priori*, nec a *posteriori* ostendi possunt: non a *priori*, quia intima corporum natura perspecta non est; nec a *posteriori*, quia nec quies absoluta, nec motus *absolute* rectus aut aequabilis ex phaenomenis intelligitur. De quiete respectiva nobis sermo est: fatemur autem & hanc nonnisi a *posteriori*, nec methodo *directa*, sed per *attentionem*, ut loquitur P. BOSCOVICH inferri. Ponimus nimirum determinationem quiescendi, vel abeundi per lineam rectam motu aequabili, nisi vis extranea mutationem inducat: disquirimus deinde, quinam effectus, & in quibus rerum adjunctis stante lege illa progigni debeant: hoc facto ad eos mentem effectus convertimus, qui in natura

tura reapse eveniunt; quos cum conformes deprehendimus corollariis illis, quae ex dicta determinatione fluunt, eandem tanquam generalem naturae legem a Deo libere statutam esse concludimus.

SCHOLION II. Quae contra hanc legem obmo-
 veri solent, ferme sequentia sunt: *I. Projectorum* Argumenta contraria.
motus paulatim languescit ac tandem extinguitur.
II. Stante lege lapidis sub mundi exordium proje-
ctus perpetuo citra omnem seu velocitatis seu di-
rectionis mutationem moveri posset. *III. Corpus*
in motu positum aequae ad motum ac quietem fo-
ret indifferens. *IV. Corpus motum esset in statu*
violento.

℞. Ad I. Motus languescit propter medium re-
 sistens, frictionem, terrae attractionem: quae sunt Responsio ad argu-
 menta.
 causae extraneae. Ad II. Fieri id deberet, si la-
 pis sine gravitate moveretur in spatiis liberis ac in-
 finitis. Vid. P. MAKO S. J. *Cosmol. n. 276. Co-*
roll. 2. & Schol. Ad III. Corpus hoc duntaxat
 sensu indifferens nuncupamus, quod se ipsum ad
 mutationem status determinare nequeat; non vero
 ac si semel in motu positum, quamdiu ea deter-
 minatio durat, moveri non exigat. Ad IV. Cum
 corpus nec ad motum, nec ad quietem se se de-
 terminare possit, determinatum vero in eo, in
 quo est statu perseveret, neuter status corpori vio-
 lentus esse potest; eoquod nec ad motum tendat
 si in quiete est, nec ad quietem si in motu est.

§. III.

LEX II. *Motus semper proportionatus* Lex II.
est causae adaequatae, sive, ut cum NEU-

TONO loquar, *vi motrici impressae*. Motus enim est effectus *plenus* vis motricis impressae, quia a tota hujus actione dependet, cum ponatur abesse omne id, quod possit corpori in motu suo resistere, adeoque in quod removendum pars aliqua virium impendenda esset: effectus autem plenus proportionatus est causae suae; eo quod in ejusmodi effectu nec plus nec minus esse possit, quam sit in causa adaequata, & *necessaria*, qualis est causa motus: demus enim *plus* esse in effectu, ergo illud quod plus est, sine ratione sufficiente est: ponamus minus esse; igitur pars aliqua virium sine ratione sufficiente applicabitur. Ergo, *motus semper proportionatus est causae adaequatae*. Q. e. d.

COROLLARIUM. Vis igitur dupla duplum, tripla triplum effectum &c. eodem tempore producit. 2. Eadem est mensura vis, quae motus; proinde $V = MC$. 3. Corpus quiescens aequalibus viribus secundum directiones oppositas sollicitatum neutram in partem movetur. 4. Si virium inaequalium directiones oppositae sint, corpus movetur secundum directionem vis praevaletis, motu respondente differentiae virium. 5. Hoc ipsum etiam obtinet in corporibus in motu constitutis.

§. IV.

LEX III. *Lex III. Actioni contraria semper & aequalis est reactio. Ut Legis istius veritas*

tas manifestior fiat, eam in tres quas complectitur partes secernere juvat. Imo Igitur *datur in corporibus reactio*. Si non datur; ergo a minimo quovis corpore in motu posito poterit maximum quodvis quiescens loco moveri; si enim hoc non reagit, non resistit (nisi forte de ipsis his vocibus litem, quam de nomine vocant movere velis) si non resistit non est ratio cur motus quantitate ut ut exigua ad motum aequalem non determinetur, proindeque moveatur; sed non movetur, ut experientia constat, resistit igitur; ergo reagit: *datur igitur in corporibus reactio*. Et sane si actio corporum non est mutua, cur movendae massae majori vis major, minori minor adhibenda est? cur globum ex alto delabentem manu insequens dolorem sentit? cur lapidem digito premens eo magis advertit premi digitum, quo hic vehementius premit in lapidem? cur asserem percutientis dextera eo majore dolore afficitur, quo fortior est percussio? &c. Recte igitur S' GRAVESAND: *omnis actio (corporis in corpus) resistantiam requirit, tolle hanc & illa evanescet. Philosoph. Neuton. n. 176. edit. vindobon.*

SCHOLION. Per actionem ac reactionem intelligo determinationem, quae tendat ad mutationem status in utroque corpore; utrum vero determinatio

ista in corpore agente ac reagente sit vera efficacia-
 ipforum corporum, uti ex aliqua conjectura existi-
 mat P. MAKO S. J. *ontol.* n. 210. non disquiro.
 Quoniam enim in Physica recentiore plura sunt,
 quae ingenium physici utilius occupare possint, no-
 lui operam perdere in eo, cujus certo reperiendi
 spem nullam esse pervidebam. Placet hac in re vir
 ingenii candidi non minus quam docti & eruditi,
 magnus BOSCOVICHUS dum in theoriae suae
 p. 1. n. 8. & 9. edit. venet. pag. 5. ita scribit: "In
 „ea determinatione stat illa, quam dicimus, iner-
 „tiae vis, quae an a libera pendeat supremi condi-
 „toris lege, an ab ipsa punctorum natura, an ab ali-
 „quo iis adjecto, quodcunque istud sit, ego quidem
 „non quaero, nec vero si velim quaerere, inve-
 „niendi spem habeo; quod idem sane censeo de ea
 „virium lege, ad quam gradum jam facio. Censeo
 „igitur bina quaecunque materiae puncta determi-
 „nari aequae in aliis distantis ad mutuum accessum,
 „in aliis ad recessum mutuum, quam ipsam deter-
 „minationem appello vim in priore casu attractivam,
 „in posteriore repulsivam, eo nomine non agendi
 „modum, sed ipsam determinationem exprimens
 „undecunque proveniat &c. P. JOAN. BAPT.
 HORVATH ita pronuntiat: "si nomine *vis mo-*
 „*trix* intelligas in corporibus eas ad accessum mu-
 „tuum vel recessum determinationes, in quibus
 „vires attractivas & repulsivas fitas esse diximus,
 „vis motrix omnino admittenda est in corporibus:
 „at si eo nomine intelligas veram motum produ-
 „cendi potentiam, ita ut vi motrice pollere cor-
 „pora tantundem tibi sit, ac: virium repulsiva-
 „rum & attractivarum causam corporibus esse in-
 „ter-



„ternam . . . liquet non esse certum polleantne
„corpora vi motrice, an non.” *Dissert. altera*
cosmolog. n. 258. Not. 3.

II. *Actiōi contraria est reactiō* dum enim corpus A agit in corpus B, hoc illi resistit, resistentia autem opponitur actioni, resistentia est reactio, actioni igitur opponitur reactio adeoque *actiōi contraria est reactiō.*

III. *Reactiō actiōi aequalis est.* In corpus non datur actio, & sine actione non datur reactio; igitur corpus A in tantum agit in corpus B, in quantum hoc illi resistit; fecus enim dum corpus ageret in superandam resistentiam, pars aliqua virium sine resistentia impenderetur, ageret igitur pars aliqua virium & non ageret in superandam resistentiam, quae est contradictio; est proinde tanta reactio, quanta est actio: i. e. *reactiō actiōni aequalis est.*

SCHOLION I. Exemplo obvio eandem legem illustrat NEUTON apud P. HORVATH in *diss. cosmol. n. 218.* “Si equus, inquit, lapidem funi alligatum trahit, retrahetur etiam & equus (ut ita dicam) in lapidem; nam funis utrinque distentus eodem relaxandi se conatu urgebit equum, versus lapidem, ac lapidem versus equum (unde si fortuito rumpatur, partes abruptae versus utrumque pari vi resiliunt) tantumque impediet progressum unius, quantum promovet progressum alterius &c.

SCHOLION II. Legi huic adversari videtur Argumenta
I. Quod inter corpus agens & patiens deberet dari ^{contraria.}
aequilibrium. II. Quod non possit dari motus,
cum



cum quantitates motus aequales sint. III. Quod vitrum frangatur illaeso malleo. IV. Quod manu alterum feriens non semper sentiat dolorem aequalem illi, quem is percipit, qui percutitur. V. Quod terra non assurgat ad lapidem in terram deciduum. VI. Quod etiam celeritatum mutationes aequales esse deberent, uti momentorum mutationes aequales sunt.

Responsio
ad argu-
menta.

R. Ad I. Cum PP. JACQUIER & LE SEUR "Cum nihil aliud per hanc legem intellectum volumus, nisi aequales fieri in corpore agente & patiente status mutationes . . . non debet inter corpus agens & patiens semper fieri aequilibrium, idque Newtoniano exemplo paulo ante adducto) manifestum est." Sit enim vis equi lapidem trahentis ad vim lapidis motioni resistentis, uti 100 ad 50; equus non trahet lapidem vi = li 100 sed vi = li 100 - 50 = 50, residua vero parte virium progredietur cum lapide sibi per funem conjuncto. Ita ferme P. PAULIAN S. J., qui hac explicatione verum NEWTONI sensum se exposuisse recte arbitratur. Unde R. II. Directe, semper daretur aequilibrium, si semper vis tota agentis superandae patientis resistentiae impendenda esset, minime vero quando ea duntaxat pars virium impenditur, quae patientis resistentiam adaequat. Reactio nimirum non respondet actioni totali, nisi quando vires agentis & patientis aequales sunt. Patet igitur in allato exemplo, ei solum actionis parti aequalem esse reactionem currus, quae ab equis in ipsum currum, quatenus hic resistit, impenditur, neutiquam vero viribus illis, quae ab equis currum trahentibus impenduntur.

Ad II.

Ad II. Quantitates motus aequales sunt spectatis viribus quae resistantiae impenduntur, non item viribus agentis totalibus & adaequatis; viribus ex his residuis respondet motus, ut patet in exemplo NEWTONI.

Si tamen ais, etiam actioni qua equi reapse incedunt, sua respondet reactio aequalis & opposita; quare viribus aequalibus se elidentibus motus dari non poterit: enim vero si actionem currui impensam elidat hujus reactio, pari modo actionem qua equi conantur incedere, elidet aequalis & opposita reactio. R. Etiam huic actioni sua respondet reactio aequalis & opposita, verum ita tamen, ut equorum gressum non sistat, sed promoveat. Nimirum dum equi conantur incedere, pedibus tellurem a se quasi repellunt, tellus vero reagendo in equos eosdem pariter a se repellit viribus aequalibus iis, quibus ipsa repellitur in partem oppositam; dispar omnino ratio est de equis & curru; cum enim equi currui alligati sint, vi actionis quam illi impendunt, nequeunt abire in partem oppositam, nisi funes abrumpantur; his igitur integris actio & reactio ita se elidunt, ut duo aequalia pondera in bilance posita; & si equi non haberent vires alias, tam parum possent incedere, quam parum ea pondera moveri possunt: at vero abitus equorum ex telluris reactione non sistitur, cum tellus non attrahendo, sed repellendo reagat quantum ad equorum progressum attinet.

Ad III. Vitrum frangitur non fracto malleo, quod partes vitri non ita firmiter cohaereant ac mallei partes vid. cl. KEILLIUS *introd. ad veram phys. lect. 12. edit. Lugdun. p. 117.* Ad IV.

Ad IV. Manu alterum feriens caeteris paribus aequalem dolorem sentiet; cur vero dispar doloris sensus sit, si tenuiorem partem quatit pars robustior, aut vice versa, ex dictis licet colligere.

Ad V. Terra assurgit ad lapidem in terram deciduum, quod attractio terram inter & lapidem mutua sit, proinde tam terra trahatur a lapide, quam lapis a terra. Si quaeris utrum terra assurgat ad lapidem eadem motus quantitate qua lapis in terram decidit? R. Etiam. Si instas; quis unquam hunc motum terrae versus lapidem notavit? R. Nemo, nisi forte is cujus tanta est oculorum acies, ut distantias, quae caeterorum sensus fugiunt solus ipse perspiciat. Falleris, si ex sensibus ista dijudices: assurgit fane tellus, sed celeritate tam exigua, ut acutissimos etiam sensus fugiat. Quod ipsum ut clarius pateat, pono cum geometris telluris molem esse $\approx$ le $30\,000''$ $000\,000\,000\,000$ $000\,000$ ped. cub. Sit moles, seu volumen lapidis $\approx$ le 100 ped. cub. Ponamus jam terram esse ubique ejusdem densitatis cum lapide (quamquam omnino credibile sit, ob metalla caeteraque gravissima corpora quae terra aut sinu suo completitur aut quae in ejus superficie sita sunt, telluris, quam lapidis densitatem multo majorem esse) erit massa seu quantitas materiae in terra, ad quantitatem materiae in lapide uti est $30\,000''$ $000\,000\,000\,000$ $000\,000\,000 : 100$; si enim densitates eadem sint, massae sunt in ratione directa voluminum (*vid. infra C. 3. theor. 1. coroll. 2.*) ergo uti volumen terrae ad volumen lapidis, ita massa terrae ad massam lapidis; est autem volumen terrae juxta geometras $\approx$ le **trigesies**

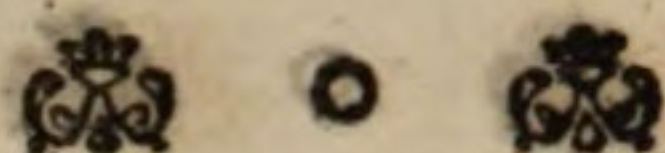
gesies mille trillionibus ped. cub. volumen lapidis
 $\equiv$ le centum ped. cub. ergo si massa terrae dica-
 tur M , massa lapidis m ; erit $M : m \equiv 30\,000\,000\,000\,000\,000 : 100$; ergo utrumque ratio-
 nis terminum dividendo per 100, sive delendo utrin-
 que duos zéros, erit (axiom 7.) $M : m \equiv 300''\,000''\,000\,000\,000 : 1$, h. e. uti trecenti trillio-
 nes ad unitatem. Constat porro experientia lapi-
 dem in superficie terrae deciduum m'' absolvere
 pedes parisiños 15; cum igitur vires acceleratrices
 respondeant massae attrahenti, utpote effectus suae
 causae, vires istae sunt in ratione massarum attra-
 hentium inversa, cumque motus sit effectus vis ac-
 celeratricis, erunt etiam motus seu mutui accessus
 in ratione massarum inversa, & quia accessus lapidis
 ad terram m'' notus, est $\equiv$ lis 15 ped. paris. accessus
 vero terrae ad lapidem incognitus, hic dicatur x :
 stabit igitur haec proportio: uti est massa terrae ad
 massam lapidis, ita accessus lapidis ad accessum ter-
 rae, sive $300''\,000\,000\,000\,000\,000\,000 : 1 \equiv 15 : x$;
 ergo $300''\,000\,000\,000\,000\,000\,000 x \equiv 15$ (*algeb.*

15

§. 82.) ergo $x \equiv \frac{15}{300''\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$
 (*axiom. 7. coroll.*) unde numeratorem ac denomi-
 natorem fractionis dividendo per 15, erit $x \equiv$

1

$\frac{1}{20''\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$; Quo igitur tempo-
 re lapis versus terram decurrit pedes 15, eodem
 terra versus lapidem affurgit per partem unius pe-
 dis vigesies trillionesimam. Quae cum tantilla sit
 quantitas ad ped. 15, ut non modo acutissimos
 sensus, sed ipsam adeo imaginandi vim effugiat;
 quid



quid mireris? si motum lapidis notes, terrae accessum ad lapidem non advertas.

Ad VI. Momentorum mutationes aequales esse patet ex probatione legis; cum enim actiones sint in ratione virium, erit $V : v = A : a$; est vero etiam $V : v = MC : mc$ (§. 3. Coroll. 2.) ergo $A : a = MC : mc$ (axiom. 3. Coroll.) ergo $A mc = a MC$ (algeb. §. 82.) ergo cum ex demonstratis §. praesent.) sit

$A = a$; erit $\frac{A mc}{A} = \frac{a MC}{a}$ (axiom. 6. Coroll.) est vero

$\frac{A mc}{A} = mc$ & $\frac{a MC}{a} = MC$ (algeb. §. 31.) ergo $MC =$

mc . contra celeritates respondent viribus acceleratricibus, hae massis agentibus, utraeque ceu effectus causis suis; eo minor igitur erit celeritas in patiente, quo minor est massa in illam agens; & contra eo major erit massae patientis celeritas, quo major fuerit massa in illam agens; non igitur erunt aequales celeritatum mutationes, etsi motuum quantitates seu momenta aequalia fuerint. Algebraice: dicatur vis acceleratrix U , celeritas C ; erit $U : u = m : M$ quia vis acceleratrix in corpore attracto respondet massae attrahenti, estque effectus virium attrahentium; est porro celeritas effectus vis acceleratricis; ergo $C : c = U : u$; ergo $C : c = m : M$; (axiom. 3. Coroll.) est ergo rur-

fus $MC = mc$; (algeb. n. cit.) quare $C = \frac{mc}{M}$ &

$c = \frac{MC}{m}$; si proinde fuerit $M > m$ erit $\frac{mc}{M} < \frac{MC}{m}$;

si enim aequalia dividantur per inaequalia, quoti sunt inaequales, ita, ut divisorii majorem respondeat

deat quōtus minor. Tunc igitur solum celeritates ex actionibus mutuis aequales sunt, quando massae aequales sunt. Nam cum sit $MC = mc$, si ponatur $M = m$ erit quoque $\frac{MC}{m} = \frac{mc}{M}$ adeoque $C = c$ (*axiom. 6. Coroll.*)

COROLLARIUM. Ex dictis patet ratio, cur magnes & ferrum suberi imposita & aquis libere innatantia ad se mutuo accedant celeritate $= li$, si massae $= les$ sint, aut si inaequales sint celeritatibus massis reciproce proportionalibus, atque adeo quantitate motus semper aequali. 2. Cur ferrum ad magnetem, aut magnes ad ferrum accedat, si alterutrum corpus manu tenens, a motu impedias. 3. Cur detur mutuus cymbarum accessus, si in una constitutus conto alteram ad te trahas, recessus vero alterius ab altera, si unam abs te repellas. 4. Ex eodem capite navium per remos & vela promotio, piscium natio, avium volatus, animalium incessus & quicunque demum mechanici effectus explicatum habent. Vid. cl. KEILLIUM l. *supra cit. a pag. 117. ad pag. 122.*

CAPUT III.

Mensura motus tam in conflictu quam extra conflictum.

§. I. DEFINITIO I.

Massa est quantitas materiae quae corpus constituit. Massa.

COROLLARIUM. Cum nihil ponderet nisi materia, eo major erit massa, quo majus est pondus;
B adeo-



adeoque $P = M$. h. e. $P : p = M : m$. *Sunt igitur pondera in ratione directa massarum & massae in ratione directa ponderum.*

§. II.

Volumen,

DEFINITIO II. Volumen est corporis secundum trinam dimensionem explicatio.

COROLLARIUM. Cum massa sit quantitas materiae, mutato autem volumine non idcirco mutetur quantitas materiae, sequitur mutato volumine non propterea mutari massam, proinde nec pondus aut gravitatem absolutam.

§. III.

Densitas,

DEFINITIO III. Ex notione massae & voluminis enascitur idea densitatis. *Densa* autem vocamus corpora, quae sub determinato volumine multum materiae propriae continent. *Densitas* igitur est ea corporis dispositio, qua id sub determinato volumine &c.

COROLLARIUM. Densitatem corporum absolutam ignoramus, nec spes est eam inveniendi, cum nullum extet corpus poris destitutum, quocum comparatio institui posset. Densitas unius corporis relati ad aliud reperitur massam dividendo per volumen, $D = \frac{M}{V}$. Ex quo pulcherrima theorema eruit algebrista physicus.

§. IV.

§. IV.

THEOREMA I. Si $D = \frac{M}{V}$ erit $M = VD$. Ratio massa-
rum.

Dem. Si $D = \frac{M}{V}$; est etiam $D \cdot V = \frac{M}{V} \cdot V$.

ergo $DV = \frac{M}{V}$; est vero $\frac{MV}{V} = M$ (algeb.

§. 31.) ergo $DV = M$. Q. e. d.

COROLLARIUM. Est igitur (axiom. 5.) $M : m = VD : vd$, i. e. massae sunt in ratione composita densitatum ac voluminum. 2. Si $D = d$ erit $M :$

$m = V : v$ si enim $M : m = VD : vd$ erit quoque in hypothesi $M : m = \frac{VD}{D} : \frac{vd}{d}$ hoc est $M : m = V : v$.

§. V.

THEOREMA II. Si $M = VD$ erit $V = \frac{M}{D}$ Ratio volu-
minum.

Demonstratur: si $M = VD$, est etiam $\frac{M}{D} =$

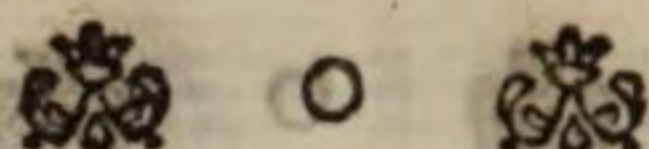
$\frac{VD}{D}$; sed est $\frac{VD}{D} = V$; ergo $\frac{M}{D} = V$. Q.e.d.

COROLLARIUM. Ergo $V : v = Md : mD$; cum enim ex theoremate sit $V : v = \frac{M}{D} : \frac{m}{d}$ (axiom. 5.)

erit reducendo ad eundem denominatorem (algeb. §. 45.) $V : v = Md : mD$ i. e. volumina sunt in ratione directa massarum & inversa densitatum.

§. VI.

THEOREMA III. Si $V : v = Md : mD$; Ratio densi-
erit $D : d = Mv : mV$. Demonstratur: si tatum.



$V : v = Md : mD$; ergo $VmD = vMd$
 (algeb. §. 82. & axiom. 2.) ergo haec pro-
 ducta resolvendo in proportionem (algeb.
 P. JACOBS S. J.) erit $D : d = Mv : mV$.
 h. e. densitates sunt in ratione composita ex
 directa massarum & inversa voluminum.
 Q. e. d.

COROLLARIUM I. Igitur si $M = m$ erit $D : d$
 $= v : V$; si enim est $D : d = Mv : mV$, est etiam $D :$
 $d = \frac{Mv}{M} : \frac{mV}{m}$ in hypothese quod $M = m$ (axiom.
 7.) sed $\frac{Mv}{M} = v$ & $\frac{mV}{m} = V$ (Algeb. §. 33.) ergo
 $D : d = v : V$. h. e. si massae aequales fuerint den-
 sitates erunt in ratione inversa voluminum.

COROLLARIUM II. Si $V = v$ erit $D : d = M :$
 m h. e. si volumina aequalia sint, densitates sunt
 directe uti massae; veritas corollarii patet ex co-
 rollario praecedente.

§. VII.

Ratio pon-
 derum.

THEOREMA IV. Si $M = VD$ erit $P : p$
 $= VD : vd$ h. e. pondera sunt in ratione
 composita voluminum & densitatum. Dem.
 $P = M$ (§. 1. coroll.) ergo $P = VD$ (axiom.
 3. coroll.) ergo (per axiom. 5.) $P : p = VD :$
 vd . Q. e. d.

COROLLARIUM I. Si ergo $P = p$; erit $D : d$
 $= v : V$ h. e. si pondera sunt aequalia densitates
 sunt in ratione reciproca voluminum. Est enim
 (theo.

(*theorem praes.*) $Pvd = pVD$; ergo in hypothesisi erit
 $\frac{Pvd}{P} = \frac{pVD}{p}$ i. e. $vd = VD$; ergo duo haec producta
 resolvendo &c. erit $D : d = v : V$.

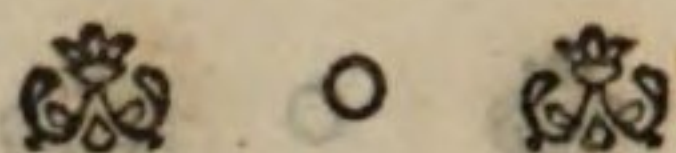
COROLLARIUM II. Cum illud corpus, quod sub dato volumine pondus majus habet, dicatur specificè gravius, idemque etiam dicatur specificè densius, eoquod quo plus habet ponderis sub determinato volumine, eo plus quoque materiae habeat (§. 3. *praesent. cap.*) erit $D = G$, intelligendo per G gravitatem specificam; cum ergo sit $P = VD$; erit quoque $P = VG$. adeoque $P : p = VG : vg$. h. e. *pondera sunt in ratione composita voluminum & gravitatum specificarum.*

§. VIII.

THEOREMA V. Si $P = VG$; erit $G : g$ Ratio gravitatum specificarum.
 $= Pv : pV$ i. e. *gravitates specificae duorum corporum sunt inter se in ratione composita ex directa ponderum & inversa voluminum.*
 Dem. Quoniam $P = VG$; est (*per axiom. 5.*)
 $P : VG = p : vg$; ergo $Pvg = pVG$ (*algeb. §. 82.*) ergo $G : g = Pv : pV$ (*algeb. P. JACOBS loc. §. 6. cit.*) Q. e. d.

COROLLARIUM I. Si $P = p$; erit $G : g = v : V$; Nam quia $G : g = Pv : pV$ (*per theorem. praes.*) & ex hypothesisi $P = p$; erit $G : g = \frac{Pv}{P} : \frac{pV}{p}$; ergo deletis literis quae numeratoribus & denominatoribus communes sunt (*algeb. §. 18.*) erit $G : g =$

B 3
v : V.



$v : V$. h. e. si pondera sunt aequalia gravitates specificae sunt in ratione inversa voluminum.

COROLLARIUM II. Si vero $V = v$; erit $G : g = \frac{Pv}{v} : \frac{pV}{V}$; adeoque $G : g = P : p$ h. e. si volumina aequalia sunt, erunt gravitates specificae uti pondera.

§. IX.

THEOREMA VI. Gravitates specificae duorum corporum sunt uti densitates: $G : g = D : d$. Demonstratur: $P : p = VD : vd$ (theorem. 4. §. 7. praes. cap.) $P : p = VG : vg$ (§. eodem coroll. 2.) ergo (per coroll. axiom. 3.) $VD : vd = VG : vg$; ergo (per n. 191. algeb.) $VDvg = vdVG$; ergo (per coroll. axiom 6.) $\frac{VDvg}{Vv} = \frac{vdVG}{vV}$ h. e. $Dg = dG$; ergo producta resolvendo in proportionem, erit factores reciprocando $G : g = D : d$. Q. e. d.

§. X.

Celeritas.

DEFINITIO IV. Celeritas corporis estabilitas, qua hoc certo tempore certum decurrit spatium.

SCHOLION I. Quoniam eo major est celeritas, quo majus spatium breviori tempore percurritur; eo vero minor, quo brevius spatium tempore longiore absolvitur; manifestum est quotiente spatii per

per tempus divisi exprimi celeritatem h. e. esse

$$C = \frac{S}{T}.$$

SCHOLION II. Si mobile Solitarie considera-
tur, ejus celeritas dicitur *absoluta*, *respectiva* vo-
catur, dum duo corpora ad se accedunt, vel a se
recedunt. Quodsi corpora eadem directione mo-
veantur, sive in eandem plagam, fitque $C > c$,
erit celeritas respectiva, qua e. g. corpus A acce-
dit ad corpus B, lentius praecedens $\equiv$ lis $C - c$:
Nam secundum eam celeritatis partem, quae utri-
que corpori communis est, eadem manet inter
utrumque corpus distantia, non secus ac si celeri-
tates aequales forent; eatenus igitur corpus A ac-
cedit ad corpus B, quatenus hujus celeritas illius
celeritate minor est, adeoque pro ratione diffe-
rentiae, quae est $C - c$; si vero eadem corpora
adversis viis mota sibi occurrant, celeritas relativa
erit $\equiv$ lis $C + c$; quia quo major fuerit utriusque
celeritas, eo citius ad physicum contactum per-
venient.

COROLLARIUM. Quoniam $C = \frac{S}{T}$, erit $S =$
CT. proinde $S : s = CT : ct$ i. e. *spatia in mo-*
tu aequabili sunt in ratione composita temporum
& celeritatum. Demonstrationem erues (ex §. 4.
theor. 1. huj. cap.)

SCHOLION. Geometrae qui quantitates quasvis
per lineas exprimere solent, ita constituunt: *si*
per rectam quae tempus exprimit, ducatur recta
alia velocitatem exhibens, area genita designabit
spatium a mobili percursum. Bene constituunt:



area enim confurgere debet, si per rectam, quae tempus denotat, fluere concipiatur recta alia, celeritatem indicans atque sui ubique vestigium relinquens, h. e. si recta multiplicetur per rectam; cum ergo sit $C. T = S$, debet area genita designare spatium percursum.

§. XI.

PROBLEMA I. *Datis spatio & tempore invenire celeritatem.*

Resolutio: celeritas quia incognita est dicatur x , erit $\frac{S}{T} = x$.

PROBLEMA II. *Datis spatio & celeritate invenire tempus.*

Resolutio: fiat $\frac{S}{C} = x$, quod hic tempus significat, utpote incognitum.

PROBLEMA III. *Datis celeritate & tempore invenire spatium.*

Resolutio: quoniam hic spatium quaeritur hoc designabitur per x , eritque $C. T = CT = x$.

PROBLEMA IV. *Invenire celeritatem quam mobile habere debet ut tempore 1" absolvat ped. 50. si idipsum celeritate = li 2. eodem tempore 1" absolvat ped. 20.*

Resolutio: cum celeritas data sit = 2 tempus = 1" erit $ct = 2$, spatium est = 20; celeritas invenienda sit x haec multiplicata per 1" = $x. 1 = x$, spatium respondens = 50; erit ergo $ct:s = x:S$, i. e.

2 : 20

$2 : 20 = x : 50$; ergo $2 \cdot 50 = 20 \cdot x$, h. e. $100 = 20x$; ergo $x = \frac{100}{20} = 5$.

COROLLARIUM I. Cum fit $C = \frac{S}{T}$ erit $C : c$

$= St : sT$; est enim in Hypothesi $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$ (per axiom. 5.) ergo reducendo ad eundem denominatorem (*algeb.* §. 45.) erit $C : c = St : sT$ h. e. *celeritates in motu aequabili* (de hoc enim solum hic fermo est) *sunt in ratione composita ex directa spatiorum, & inversa temporum.*

COROLLARIUM II. Quia $C : c = St : sT$; erit $CsT = cSt$ (*algeb.* §. 82.) si ergo $S = s$ erit $CT = ct$; adeoque $C : c = t : T$, h. e. *si spatia aequalia sunt, celeritates duorum corporum sunt inverse uti tempora.* 2. Si $T = t$ erit $Cs = cS$; proinde $C : c = S : s$ i. e. *si tempora aequalia sunt celeritates sunt uti spatia.* 3. Si $C = c$, est $sT = St$ h. e. $S : s = T : t$ uti etiam $T : t = S : s$ (*alg.* §. 82.) *si celeritates aequales sint spatia, sunt uti tempora*, adeoque commutando etiam tempora uti spatia. Cum enim fit $CsT = cSt$ erit etiam in hypothese $\frac{CsT}{C} = \frac{cSt}{c}$ ergo $sT = St$ ergo facta aequalia solvendo in proportionem factores reciprocando (*algeb.* §. 82.) erit $S : s = T : t$ eadem demonstratio mutatis mutandis valet etiam pro reliquis corollariis.

SCHOLION. Illud cum cl. LA CAILE hic monitum velim per hanc formulam $C = \frac{S}{T}$ fimilesque



alias signo $\equiv$ non indicari aequalitatem quantitatum absolutarum, sed comparativarum seu rationum aut exponentium h. e. si C crescat in duplum, triplum &c. eadem ratione crescere debeat $\frac{S}{T}$ &c.

§. XII.

Mensura
motus.

DEFINITIO V. *Mensura* seu *quantitas motus* est massa ducta in celeritatem; cum enim dum massa movetur omnes illius partes moveantur nec una prae altera tardius aut celerius moveatur; partes omnes seu puncta singula eundem gradum celeritatis, habeant necesse est; tot igitur erunt gradus celeritatis aequales, quot fuerint puncta massam constituentia; habebitur proinde quantitas motus si massa ducatur in celeritatem omnibus punctis communem; adeoque $Q = MC$. Ex quo rursus varia a physicis theoremata deducuntur, quorum aliqua hic subjicio & demonstro.

§. XIII.

Ratio quan-
tatum
motus.

THEOREMA I. Si $Q = MC$; est $Q : q = MC : mc$ h. e. *quantitates motus duorum corporum sunt in ratione composita massarum & celeritatum.* Dem. In hypothese est $Q : MC = q : mc$ (per axiom. 5.) ergo (algeb. §. 88.) $Q : q = MC : mc$. Q. e. d.

COROLLARIUM. Ergo $Qmc = qMC$ ergo si $Q = q$ erit $\frac{Qmc}{Q} = \frac{qMC}{q}$ ergo $mc = MC$ ergo $M : m = c : C$ (algeb.

(algeb. §. 82. axiom. 6.) h. e. si quantitates motus aequales, sint massae sunt reciproce uti celeritates & celeritates reciproce uti massae (algeb. n. 202.) 2. Si $M = m$ erit $Qc = qC$; proinde $Q : q = C : c$ si massae aequales sint, quantitates motus sunt uti celeritates. 3. Si $C = c$ erit $Qm = qM$; proinde est $Q : q = M : m$ si celeritates aequales sint, quantitates motus sunt uti massae.

§. XIV.

THEOREMA II. Si $Qmc = qMC$; erit $C : c = Qm : qM$, i. e. celeritates sunt in ^{Ratio cele-}
ratione composita ex directa quantitatuum mo-
tus & inversa massarum. Demonstratio
patet ex dictis; sumantur ut factores facti
 Qmc , Qm & c ; facti alterius qMC , fa-
ctores qM & C ; reciprocando factores erit
 $C : c = Qm : qM$. Q. e. d.

COROLLARIUM. Ergo si $C = c$ & $M = m$ erit
 $Q = q$; constat ex dictis.

§. XV.

THEOREMA III. Si $Qmc = qMC$; est
 $M : m = Qc : qC$ h. e. massae sunt in ra-
tione directa quantitatuum motus & inversa
celeritatum.

COROLLARIUM I. Ex utroque 2 & 3 theore-
mate sequitur imo quod sit $C : c = CMm : cmM$
2do $M : m = MCc : mcC$; est enim $Q = MC$ & q
 $= mc$ ergo substituendo &c.

COROL-

COROLLARIUM II. Quoniam eadem est mensura virium & momentorum (*ex L. 2. coroll.*) adeoque $V = Q$; erit quoque $M : m = Vc : vC$.

COROLLARIUM III. Erit igitur $MvC = mVc$; proinde si $M = m$ erit $vC = Vc$ i. e. *vis ad vim, uti celeritas ad celeritatem*, quando massae aequales sunt. Et si celeritates aequales sunt; erit $V : v = M : m$, *vis ad vim, uti massa ad massam*.

§. XVI.

THEOREMA IV. $Q : q = MSt : msT$ i. e. *quantitates motus sunt in ratione composita ex rationibus directis massarum ac spatiorum, & inversa temporum*. Demonstratur: est $C : c = St : sT$ (§. 11. coroll. 1. praes. cap.) est item $Q : q = MC : mc$ (§. 13. theorem. 1.) ergo $QC : qc = MCSt : mcsT$ (algeb. §. 92.) ergo $QCmcsT = qcMCSt$ (algeb. §. 82.) ergo utrumque productum dividendo per Cc , erit $QmsT = qMSt$ (axiom. 6. coroll.) ergo resolvendo &c. erit $Q : q = MSt : msT$. Q. e. d.

COROLLARIUM I. Si $Q = q$; erit 1. $S : s = Tm : tM$, est enim in Hypothesi $MSt = msT$ ergo $S : s = mT : Mt$ h. e. *si quantitates motus aequales sunt, spatia sunt in ratione composita ex directa temporum & inversa massarum*. 2. Erit $T : t = MS : ms$, *tempora sunt in ratione composita massarum & spatiorum*.

COROLLARIUM II. Si $Q = q$ & $T = t$ erit $S : s = m : M$ est enim in Hypothesi $SM = sm$ ergo
 $S : s$



$S : s = m : M$ h. e. si quantitates motus & tempora aequalia sint, spatia sunt in ratione inversa massarum.

COROLLARIUM III. Si $Q = q$ & $M = m$ erit $St = sT$; adeoque $S : s = T : t$ h. e. si quantitates & massae aequales sunt, spatia sunt uti tempora.

COROLLARIUM IV. Si $Q = q$, $S = s$, & $T = t$ erit etiam $M = m$.

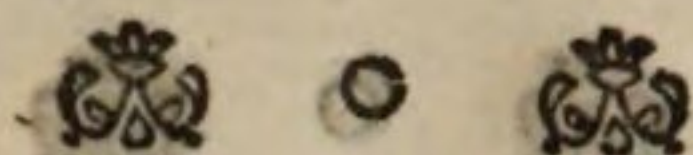
§. XVI.

THEOREMA V. *Spatia sunt in ratione composita ex rationibus directis temporum & quantitatum motus & inversa massarum.* Ratio spatiorum.
 Dem. ex theorem IV. §. 14. c. praes. est $QmsT = qMSt$ ergo resolvendo &c. erit $S : s = QmT : qMt$. Q. e. d.

COROLLARIUM I. Ergo si $S = s$, erit $Q : q = tM : Tm$ h. e. si spatia aequalia sunt, quantitates motus sunt in ratione composita ex directa massarum & inversa temporum: est enim in hypothesisi $QmT = qMt$ uti ex saepe dictis clare colligitur, ergo.

COROLLARIUM II. In eadem hypothesisi est $T : t = qM : Qm$ h. e. tempora (si spatia aequalia sint) sunt in ratione composita ex directa massarum & inversa quantitatum motus. Erit item $M : m = QT : qt$ h. e. massae erunt in ratione composita quantitatum motus & temporum: quae omnia patent, si factorum aequalium factores reciprocentur.

COROLLARIUM III. Si $S = s$ & $T = t$; quia tunc $Qm = qM$ erit $Q : q = M : m$ h. e. si spatia & tem-



tempora aequalia sint, quantitates sunt uti massae & si $S = s$ & $M = m$ adeoque $QT = qt$ erit $Q : q = t : T$, h. e. si massae & spatia aequalia quantitates motus sunt in ratione inversa temporum.

§. XVII.

THEOREMA VI. $M : m = QsT : qSt$ i. e. massae mobilium sunt in ratione composita ex rationibus directis temporum & quantitatum motus & inversa spatiorum. Dem. $Q : q = MSt : msT$ (per theorem. 4. §. 14.) ergo faciendo productum extremorum & mediorum eademque resolvendo &c. erit $M : m = QsT : qSt$. Q. e. d.

COROLLARIUM. Si fuerit $M = m$ erit $QsT = qSt$ (per §. 82. algeb. & axiom 6.) Quare erit imo $Q : q = St : sT$ h. e. si massae aequales sint, quantitates motus sunt in ratione composita ex directa spatiorum & inversa temporum. 2do $S : s = QT : qt$ i. e. spatia sunt in ratione composita quantitatum motus & temporum. 3tio $T : t = Sq : sQ$ tempora sunt in ratione composita ex directa spatiorum & inversa quantitatum motus

SCHOLION. En quam multae veritates ope algebrae & quasi per lusum inveniantur, quae absque algebra difficulter admodum demonstrari & multo difficilius inveniri potuissent.

* * * * *

PARS II.

* * * * *
 * * * * *

P A R S II.

DE MOTU CORPORUM IN CONFLICTU SPECIATIM CONSIDERATO.

C A P U T I.

De conflictu non elasticorum.

§. I.

Actionem & reactionem, qua unum corpus alterum physice contingens illud urget, & ab eodem vicissim ad status sui mutationem urgetur, *conflictum* dixi. In hoc porro secernere oportet corpora dura & mollia ab elasticis: in utrisque autem attendi meretur imo *impactus*, 2do *incurfus*, 3tio *occursus*. *Impactum* voco si corpus motum in quiescens; *incursum* si velocius motum in tardius praecedens; *occursum* si alterum in alterum ex viis oppositis, modo paulo ante dicto agat.

Incurfus, occursus & impactus.

§. II.

DEFINITIO I. *Dura* vocantur corpora, quorum figura ex collisione non mutatur, *mollia* quorum figura ex conflictu mutata,

Corpora dura, mollia, & elastica.

C

cessan-

cessante actione non restituitur, *elastica* sunt, quae figuram ex conflictu amissam, eodem cessante recuperant.

SCHOLION. Quoniam corpora mollia viribus repulsivis sui compressioni resistunt, vis autem ista haec eo major evadit, quo minor fit partium compressarum a se invicem distantia, effectus compressionis semper fiet minor, donec comparatus ad vires corporis agentis evadat $\equiv$ lis o; quo casu eadem erit corporum mollium quae durorum conditio. Quare, quod ad praesentem, materiam attinet, dura inter & mollia non discernimus, sed utraque communi non elasticorum nomine deinceps indicabimus. Eos qui corpora mollia elasticis adnumerant, merito reprehendit P. B O S C O V I C H S. J. *theor. nat. p. II. n. 266. edit. Venet. fol. 125.*

COROLLARIUM. Si corpus perfecte durum conflictit cum alio similiter duro, *imo* actio momento absolvitur, *2do* vires nullae in alium effectum, quam in motum efficiendum inpenduntur. Nam in perfecte duris nec compressio, nec restitutio locum habet. Contrarium est in mollibus, prius, quam partes ulterius comprimi nequeunt. De elasticis dicetur infra.

§. III.

Conflictus
directus.

DEFINITIO II. Conflictus *directus* (alii *centralem vocant*) est, quando linea directionis per centra corporum transit; sin minus, *obliquus* erit.

SCHO-

SCHOLION. In hoc & sequenti capite de conflictu directo sermo est, claritatis causa assumimus globos, saltem in paribus a centro distantis homogeneos; licet eadem in reliquis corporibus leges teneant.

§. IV.

HYPOTHESIS. Quodvis corpus moveri potest, velocius vi majore, minore tardius.

SCHOLION. Unus ZENO motus possibilitatem ausus est impugnare: sic autem arguit: Achilles spatio milliaris a testudine distans, incipiat eam motu centies velociore insequi, absolvat autem spatum milliaris tempore unius horae; cum eo-

Argumen-
rum zeno-
nis contra
motum.

dem tempore testudo progressa sit per $\frac{1}{100}$ millia-

ris; Achilles post horam non assequitur testudi-

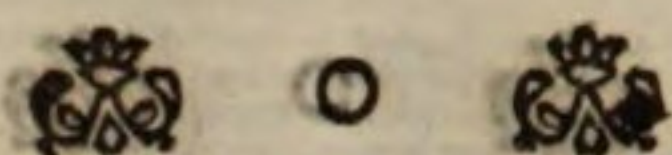
nem; si porro ille absolvit $\frac{1}{100}$ illa progreditur per

$\frac{1}{10000}$ & sic deinceps; nunquam igitur assequetur

testudinem. En argumentum cui tantum olim robur tribuebatur, ut multi in eo solvendo libri implerentur, & quaevis argumenta fortia ac stringentia Achillea passim dicerentur. R. Achilles asse-

quitur testudinem post horam & $\frac{1}{100}$ unius h. Sit

enim via quam testudo conficit, antequam ad eam



perveniat Achilles, $= x$; erit $1 + x = 100x$ ergo
per metathesin $1 = 100x - x = 99x$ ergo $x = \frac{1}{99}$.

Cum porro hoc spatium finitum sit, finito tempore absolvi potest; & si Achilles tempore unius horae potuit absolvere spatium unius milliaris, potest

etiam tempore $\frac{1}{99}$ unius horae absolvere spatium

milliaris $\frac{1}{99}$. Accedit quod ex zenonis argumento

non sequatur motum adynaton esse.

§. V.

Impactus.

THEOREMA I. *Si globus M non elasticus impingit in globum m pariter non elasticum & quiescentem, sitque vis illius major quam hujus resistentia, sive $V > R$, uterque post impactum movebitur celeritate & directione eadem.* **DEMONSTRATUR.** In hypothese $V > R$; est autem $V = MC$: ($\S. 3. coroll. 2. p. 1. c. 2.$) ergo $MC > R$, ergo quantitas motus corporis M vincit resistentiam corporis m, sed haec non vincitur, quamdiu m non movetur; ergo corpus m post impactum movetur. Sed & corpus M post impactum movebitur; cum enim resistentia sublata sit, nihilque vires in M residuas destruat (quod neutrum corpus ponatur elasticum) igitur & M post
impa-

impactum movebitur. II. Ambo corpora moventur eadem celeritate. Nam corpus *m* non movetur *tardius*, quam *M*, alias illud huic adhuc resisteret, maneretque conflictus, quod est contra hypothesin; sed nec movetur *celerius*; alias major celeritas in *m* foret sine ratione sufficiente, cum corpus *M* non agat in corpus *m*, nisi quatenus hoc illi resistit; (*p. I. §. 4. L. 3.*) ergo *ambo moventur eadem celeritate. III. Moventur etiam directione eadem.* Enim vero corpus *M* movetur secundum directionem corporis, a quo ad motum determinatur; cum nec a se aliam directionem habeat vel accipiat, nec, uti ponitur, adfit vis alia, quae id ipsum ad aliam directionem determinet: movetur autem a corpore *M*; ergo movetur juxta directionem corporis *M*: ergo *ambo corpora moventur, celeritate eadem, & directione eadem.*
Q. e. d.

COROLLARIUM. Durante conflictu globus *M* & *m* in eodem spatio veluti immoti detinentur. Nimirum quamdiu durat conflictus, globus *m* resistit, sed, quamdiu resistit, quiescit; (*per theor. praes.*) eo porro quiescente non potest progredi globus *M*, utpote nondum superata resistantia; igitur & iste quiescit: *uterque proinde in eodem veluti loco immotus detinetur.*

SCHOLION. P. MAKO S. J. ejusdem corollarii veritatem ex eo probat, quod in conflictu corpus m reagendo comprimat partes quasdam corporis M , adeoque urgeat ipsum M directione BC (qua scilicet reagendo nititur corpus B) cum igitur corpus M contrariis directionibus simul moveri nequeat, idipsum ulterius non potest progredi directione AD (i. e. directione qua agit corpus M versus m) & quoniam nec m secundum eandem directionem progredi valet, quam diu hoc directione BC in M reagit, propter eandem rationem; ambo corpora velut immota maneant necesse est. Recte probat pro conflictu in quo saltem unum corpus molle est; si vero utrumque perfecte durum ponitur, facile potest compressionem istam non habere locum.

§. VI.

Ratio celeritatis commun. post impactum.

THEOREMA II. Si globus M directe impingit in alterum m quiescentem, & neuter sit elasticus, erit $M + m : M = C : x$. i. e. ut summa massarum ad massam impingentis ita celeritas ante impactum ad celeritatem utrique globo post impactum communem. DEMONSTRATUR. M & m post impactum moventur eadem celeritate; (per theorem. I. praes. cap.) ergo singula utriusque globi puncta habent eundem gradum celeritatis; (cap. 3. §. 12. def. 5. p. I.) cum igitur post conflictum celeritas C inter utrumque globum pro ratione massa-

massarum distribuenda sit; celeritas illa fiet eo minor, quo summa massarum fuerit major; erit proinde celeritas communis post impactum in ratione inversa summae massarum & massae impingentis, i. e. ut summa massarum ad massam impingentis, ita celeritas incurrentis ad celeritatem communem post impactum. Sive $M + m : M = C : x$. Q. e. d.

COROLLARIUM I. Erit igitur celeritas communis post impactum $= \frac{MC}{M+m}$. Est enim (*ex theorema praes.*) $M+m : M = C : x$; ergo (*algeb. §. 82.*) $Mx + mx = MC$; ergo $x = \frac{MC}{M+m}$. (*per corollarium axiom. 6.*)

Celeritas
communis,

COROLLARIUM II. Ergo si $M = m$ erit celeritas communis $= \frac{1}{2} C$; est enim in hypoth. $x = \frac{MC}{M+M}$; (*per axiom. 4.*) & $\frac{MC}{M+M} = \frac{MC}{2M} = \frac{C}{2} = \frac{1}{2} C$.

COROLLARIUM III. Si M impingit in m , fitque $MC > R$ triplex casus oriri potest; vel enim est $M > m$ vel $M < m$ vel $M = m$. Quae in triplici casu sit celeritas post impactum communis, si dentur massae cum celeritate ante impactum, ostendunt totidem exempla numeris applicata.



$$M+m : M = C : x = MC : M+m$$

$$M > m. \text{ I. } 6+3 : 6 = 6 : x = 36 : 9 = 4.$$

$$M < m. \text{ II. } 3+6 : 3 = 6 : x = 18 : 9 = 2.$$

$$M = m. \text{ III. } 3+3 : 3 = 8 : x = 24 : 6 = 4.$$

SCHOLION. Celeritate communi rite inventa, facilis est problematum, quae huc pertinent solutio.

§. VII.

Celeritas ab M amissa. PROBLEMA I. *Invenire celeritatem a corpore impingente amissam.*

RESOLUTIO. A celeritate massae impingentis ante conflictum, subtrahatur ejusdem celeritas post conflictum communis, residuum dabit celeritatem a massa M impingente amissam; sic si partem pecuniae perditam ignores (inquit P. HORVATH S. J. *Cosmolog. n. 226. coroll. 2.*) facile eam deteges, eam pecuniae summam, quam nunc habes, subtrahendo ab illa, quam prius habuisti. Quare si celeritas ab M amissa dicatur x; erit $x = C - \frac{MC}{M+m}$; si porro C reducatur ad fractionem sub denominatore M+m (quod salva aequalitate fieri

$$\text{posse nemo ambigit, cum sit } 1 = \frac{6}{6} = \frac{5}{5} = \frac{4}{4} = \frac{3}{3} = \frac{2}{2}, \text{ erit (per §. 44. algeb.) } C = \frac{MC+mC}{M+m};$$

quod ipsum etiam constat ex §§. 30. & 31. algeb. erit igitur per substitutionem $x = \frac{MC+mC-MC}{M+m}$

(axiom. 4.) est autem $MC - MC = 0$ ob signa contraria

traria quibus hae quantitates inter se aequales affectae sunt, iis igitur omissis erit $x = \frac{mC}{M+m}$. Q. e. i.

SCHOLION. Signum operationis rite peractae est, quod quantitas celeritatis amissa, addita celeritati communi post conflictum, sit aequalis celeritati ante conflictum; est enim
$$= \frac{MC}{M+m} + \frac{mC}{M+m}$$

$$= \frac{MC+mC}{M+m} = C. \text{ (per §. 30. \& 46. algeb.)}$$

COROLLARIUM I. Erit igitur ut summa massarum ad massam impulsam; ita celeritas impellentis ante conflictum, ad celeritatem ab ipsa amissam post conflictum, sive $M+m : m = C : x$. Est enim stante hac proportionem $Mx + mx = mC$ (algeb. §. 82.) adeoque (per axiom. 6.) $x = \frac{mC}{M+m}$.

COROLLARIUM II. Cum utraque massa post impactum movetur celeritate eadem (per theor. I.) Celeritas
ab m acqui-
sita. fitque celeritas post impactum communis $= \frac{mC}{M+m}$, haec ipsa erit celeritas a massa m prius quiescente acquisita. h. e. *Velocitas acquisita a globo impulsio in ipso conflictu, aequatur velocitati communi post conflictum.*

COROLLARIUM III. Est igitur $M : m = \frac{MC}{M+m}$;
 $\frac{mC}{M+m}$. Est enim $M \cdot \frac{mC}{M+m} = m \cdot \frac{MC}{M+m}$ (algeb. §. 53.)
 ergo (per §. 84. algeb.) tenet proportio. h. e. *Ut massa impellens ad massam impulsam, ita celeritas ab hac acquisita, ad celeritatem ab illa perditam.*

§. IX.

Quantitas
motus post
impactum.

PROBLEMA II. *Determinare quantitatem motus post impactum.*

RESOLUTIO. Quoniam quantitas motus est massa ducta in celeritatem, massa autem post impactum est $M+m$ (utraq; enim post impactum movetur) & celeritas post impactum est $\frac{MC}{M+m}$; du-

catur utraq; massa in celeritatem communem; erit igitur quantitas motus massae impingentis post

conflictum $= M \cdot \frac{MC}{M+m} = \frac{M^2C}{M+m}$ & quantitas mo-

tus massae impulsae $= m \cdot \frac{MC}{M+m} = \frac{MmC}{M+m}$; (*per*

§. 53. *algeb.*) adeoque summa quantitatum motus

post impactum $= \frac{M^2C + MmC}{M+m+M+m}$ (*per* §. 46.) $=$

$\frac{M^2C + MmC}{M+m} = MC$ (*algeb.* §. 30.)

COROLLARIUM. Est ergo summa quantitatum motus post impactum, aequalis quantitati motus ante impactum. Sit $M = 6$, $C = 4$; $m = 2$, $c = 0$;

erit $\frac{M^2C + MmC}{M+m} = \frac{144 + 48}{6+2} = \frac{192}{8} = 24$; ante

conflictum erat quantitas motus $= MC = 6 \cdot 4 = 24$.

§. X.

Incurfus.
non elast.

THEOREMA III. Si globus M incurrit in globum m , celeritas post incursum com-

communis est = lis $\frac{MC+mc}{M+m}$. DEMONSTRA-

TUR. Globus m lentius praecedens potest spectari ut quiescens, M vero velocius progrediens considerari post praeditus celeritate, quae fit utriusque celeritatis differentia, quae in hypothese est = $C - c$ (§. 10. cap. 3. p. I. schol. 2.) stabit igitur haec proportio: $M + m : M = C - c : x$ (per theorem 2. §. 6. cap. praes.) Quare erit $Mx + mx = MC - Mc$; (algeb.

§. 82.) ergo $x = \frac{MC-Mc}{M+m}$ (axiom 6. coroll.)

quae est celeritas quam massa m quiescens acciperet; quoniam vero aliunde habet celeritatem (cum jam ante incursum moveatur) quam ponimus = lem c; haec illi, quam per incursum accipit, addenda est; erit igitur tota celeritas massae m post con-

$$\text{flictum} = \frac{MC-Mc}{M+m} + c = \frac{MC-Mc}{M+m} + \frac{c}{1} =$$

$$\frac{MC-Mc+Mc+mc}{M+m} \quad (\text{vid. elem. algeb. P. JACOBS$$

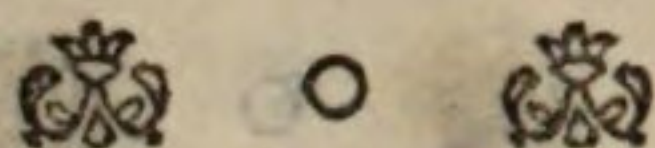
S. J. n. 265.) est porro $Mc - Mc = 0$;

$$\text{unde his omissis erit } \frac{MC-Mc}{M+m} + c = \frac{MC+mc}{M+m}.$$

Q. e. d.

COROLLARIUM. Uterque igitur globus post impactum movetur secundum directionem incur-

SCHO.



SCHOLION. Cognita celeritate communi iterum facilis est solutio sequentium problematum.

§. XI.

Celeritas
amissa,

PROBLEMA I. *Determinare celeritatem a globo in currente amissam.*

RESOLUTIO. A celeritate C ante incursum habita subtrahatur celeritas post ictum communis; differentia dabit quantitatem celeritatis quam M amisit; fiat igitur $C - \left(\frac{MC+mc}{M+m} \right) = \frac{MC+mc-MC-mc}{M+m}$ reducendo nimirum C ad denominatorum $M+m$, uti §. 7. factum est; quare ob $MC - MC = 0$ erit $C - \frac{MC+mc}{M+m} = \frac{mC-mc}{M+m}$. Q. e. d.

SCHOLION. Sit $M = 4$, $C = 6$; $m = 2$, $c = 3$; erit $\frac{mC-mc}{M+m} = \frac{12-6}{4+2} = \frac{6}{6} = 1$.

§. XII.

Celeritas
acquisita.

PROBLEMA II. *Invenire celeritatem a globo m , in quem incurrebatur, acquisitam.*

RESOLUTIO. Celeritas, quam m ante conflictum habuit, subtrahatur a celeritate communi post conflictum; differentia dabit celeritatem ab m post conflictum acquisitam. Fiat igitur $\frac{MC+mc}{M+m} - c$; est

autem $c = \frac{Mc+mc}{M+m}$; (algeb. §. 30. item §. 44.) erit igitur (per axiom. 4.) substituendo aequale pro aequali $MC+mc$

$\frac{MC+mc}{M+m} - c = \frac{MC+mc-Mc-mc}{M+m}$; & quia $mc - mc = 0$ erit $\frac{MC+mc}{M+m} - c = \frac{MC-Mc}{M+m} =$ celeritati ab m post conflictum acquisitae. Q. e. i.

SCHOLION. Retentis iisdem numeris in praecedentis problematis scholio determinatis, erit

$$\frac{MC-Mc}{M+m} = \frac{24-12}{4+2} = \frac{12}{6} = 2.$$

COROLLARIUM. Ex utroque problemate recte inferitur, *velocitates*, nimirum *amissam a massa insequente*, & *acquisitam a praecedente esse in ratione inversa massarum*: algebraice erit

$$m : M = \frac{mC-mc}{M+m} : \frac{MC-Mc}{M+m}$$

est enim $m. \frac{MC-Mc}{M+m} = M. \frac{mC-mc}{M+m}$ h. e. $\frac{MmC-Mmc}{M+m}$

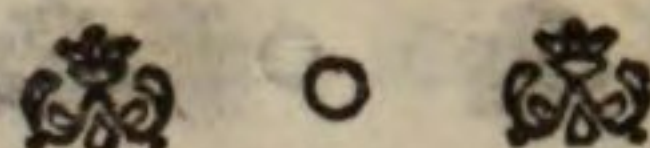
$= \frac{MmC-Mmc}{M+m}$ ergo (ex §. 84. *algeb.*) vera est proportio.

§. XIII.

PROBLEMA III. *Determinare quantitatem motus post incursum.*

Quantitas
motus post
incur.

RESOLUTIO. Quoniam summa massarum est $M+m$, & celeritas communis post conflictum $=$ lis $\frac{MC+mc}{M+m}$; (per §. 10. *praes. cap.*) quantitas autem motus post conflictum est celeritas communis vel ducta in massas singulas & facta addendo, vel ducta in summam massarum; fiat $M+m. \frac{MC+mc}{M+m}$; factum erit



erit $= \frac{M^2C + Mmc + MmC + m^2c}{M + m}$; si porro numerato-

rem per denominatorem reapse dividas, quotus inventus erit $= MC + mc$. *vid. elem. algeb. P. MA-KO S. J. n. 58.*

COROLLARIUM. I. Est ergo quantitas motus massae M post conflictum $= M \cdot \frac{MC + mc}{M + m} = \frac{M^2C + Mmc}{M + m}$.

Et massae m $= m \cdot \frac{MC + mc}{M + m} = \frac{MmC + m^2c}{M + m}$.

COROLLARIUM II. Ante incursum quantitas motus five summa quantitatum motus erat $M.C + m.c = MC + mc$; patet igitur etiam in incursum quantitatem motus ante & post incursum eandem esse.

SCHOLION. Etiam in incursum triplex casus distinguitur: vel enim est $M > m$, vel $M < m$, vel $M = m$; juvat casus singulos determinare per numeros ad inveniendam celeritatem communem post incursum; exprimitur autem illa ex demon-

stratis (§. 10. *praes. cap.*) hac formula: $\frac{MC + mc}{M + m}$

Sit ergo in subjectis expemplis

$$MC + mc : (M + m)$$

$$M > m. \text{ I. } 6 \cdot 4 + 3 \cdot 2 : (6 + 3) \\ 30 : 9 = 3\frac{1}{3}$$

$$M < m. \text{ II. } 3 \cdot 4 + 6 \cdot 2 : (3 + 6) \\ 24 : 9 = 2\frac{2}{3}$$

$$M = m. \text{ III. } 3 \cdot 4 + 3 \cdot 2 : (3 + 3) \\ 18 : 6 = 3.$$

COROLLARIUM. Erit igitur in I Casu celeritas ab M amissa i. e. $\frac{mC - mc}{M + m} = \frac{12 - 6}{6 + 3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$;

ccle-

celeritas vero ab m ante ictum tardius moto per incur-

sum acquisita h. e. $\frac{MC - Mc}{M + m} = \frac{24 - 12}{6 + 3} = \frac{12}{9}$

$= 1 \frac{1}{3}$; cui si addatur celeritas, quam m ante

incursum habuit, erit celeritas massae m, adeoque

communis $3 \frac{1}{3} = \frac{MC + mc}{M + m}$; est enim $\frac{MC + mc}{M + m} = \frac{30}{9}$

$= 3 \frac{1}{3}$. Eodem modo invenies in reliquis exem-
plis celeritates amissas & acquisitas una cum quan-
titatibus motus post incursum.

§. XIV.

THEOREMA IV. In occurſu corporum Occurſus.
non elasti.
celeritas communis post conflictum est =

$\frac{MC - mc}{M + m}$. h. e. Si duae massae non elasti-

cae M & m, celeritatibus C & c directe
& ex plagis oppositis motae confligant;

*erit celeritas communis post conflictum aequa-
lis differentiae factorum ex massis in suas
celeritates, divisae per summam massarum.*

DEMONSTRATUR: Si neutrum corpus ex
celeritate prius habita quidquam amitte-
ret, adeoque tota celeritas relativa $C + c$
(p. I. §. 10. schol. 2.) in summam massarum
distribuenda foret (§. 6. cap. praesent.)
staret haec proportio $M + m : M = C + c : x$;
h. e. *uti summa massarum ad massam
incurrentis ita summa celeritatum ante con-
flictum*

fluctum (quae ex cit. paulo ante §. est differentia) ad celeritatem communem post conflictum; quare cum in posita proportionem sit $Mx + mx = MC + Mc$; (algeb. §. 82.) celeritas communis post conflictum foret $= \frac{MC + Mc}{M + m}$; quoniam vero corpus five alterutrum, five utrumque celeritatem prius habitam amittit; (ob vires oppositas se mutuo elidentes) celeritas prior c subtrahenda erit; fiet proinde $\frac{MC + Mc}{M + m} - c$
 $= \frac{MC + Mc - Mc - mc}{M + m} = \frac{MC - mc}{M + m}$; cum Mc
 $- Mc$ se mutuo destruant.

SCHOLION. I. Celeritatem c , a celeritate $\frac{MC + Mc}{M + m}$ subtrahendam esse, ex eo manifestum efficitur, quod celeritas c directe opponatur celeritati $\frac{MC + Mc}{M + m}$; in hac igitur partem celeritatis sibi aequalem elidit ex *L. III. §. 4. Cap. 2. p. 1.*

SCHOLION II. Idem theorema hac quoque ratione demonstrari potest: vel quantitates motus corporum sibi occurrentium aequales sunt, vel inaequales si aequales sunt, adeoque si $MC = mc$; cum insuper directe oppositae sint, ex *hypot.*, se mutuo destruent, eritque $Q = MC - mC = 0$. Est porro celeritas post conflictum aequalis quantitati motus utriusque divisae per summam massarum $M + m$; erit proinde celeritas communis post conflictum $=$
 $MC - mc$

$\frac{MC - mc}{M + m}$. Si vero quantitates massarum sibi occur-

rentium inaequales sint; erit $MC > mc$, vel $mc > MC$; ponamus esse $MC > mc$; dabitur ergo differentia inter MC & mc , quam vocemus d , cum mc sit quantitas minor, & differentia addita quantitati minori adaequet quantitatem majorem, ut nemo negaverit (cum quantitas 2, quae est differentia inter 6 & 4, addita quantitati 4 fit = lis quantitati 6 majori, idemque obtineat in quibusvis aliis numeris differentibus) erit $mc + d = MC$; cum ergo quantitas motus debilioris, aequalis sit mc parti quantitatis motus fortioris, & insuper opposita, mc & mc se elident; erit igitur quantitas motus in MC residua $= d + mc - mc = MC - mc$; est enim $MC = d + mc$, est autem quantitas motus in $d + mc$ residua $= d + mc - mc$; ergo loco $d + mc$ (*per axiom. 4.*) substituendo MC erit quantitas in fortiore residua $= MC - mc$; ergo cum celeritas post conflictum sit quantitas motus divisa per summam massarum (§. 12. *cap. praes.*) erit celeritas communis post occursum $= \frac{MC - mc}{M + m}$. Q. e. d.

COROLLARIUM I. Patet igitur dari post conflictum globi utriusque quietem si fuerit $MC = mc$, erit enim in hac hypothese $\frac{MC - mc}{M + m} = \frac{0}{M + m} = 0$; quare cum utraque massa omnem, quam habuit, celeritatem amittat, eidemque ob defectum vis elasticae, celeritas alia non accedat, utraque erit sine determinatione ad motum, adeoque quiescet,
D
cum



cum motum inter & quietem non detur medium,
& motus in hypothefi non detur ratio fufficiens.

COROLLARIUM II. Dabitur igitur poft incurfum
quies, fi fuerit $M : m = c : C$; erit enim (*per*
 $\S. 82. algeb.$) $MC = mc$; five igitur fit $M = m$ &
 $C = c$ five maffae & celeritates reciprocent, utra-
que maffa poft occurfum quiefcet.

COROLLARIUM III. Si fuerit $M = m$, erit
celeritas communis poft occurfum $= \frac{C - c}{2}$ erit
enim in hac hypothefi $\frac{MC - mc}{M + m} = \left(\frac{C - c}{2M} \right) M$
 $= \frac{MC - Mc}{2M} = \frac{1}{2} (C - c) = \left(\frac{C - c}{2} \right)$ h. e. cele-
ritas communis poft iſtum aequalis eſt ſemidiffe-
rentiae celeritatum ante iſtum.

COROLLARIUM IV. Quoniam tota celeritas
motus debilioris extinguitur per conflictum, rema-
netque exceſſus duntaxat fortioris; perinde eſt, ac
ſi corpus debilius (i. e. cujus quantitas motus mi-
nor eſt) quieſceret, inque illud differentia celeri-
tatum incurreret corpus fortius: ſed ſi hoc fieret,
utrumque moveretur directione corporis incurren-
tis; ($\S. 9. cap. praes.$) ergo etiam eo caſu, quo
duo corpora non elatiſtica diverſis motus quantitati-
bus ſibi invicem occurrunt, poſt conflictum utrum-
que juxta fortioris directionem movebitur.

§. XV.

PROBLEMA I. *Invenire celeritatem amis-
ſam a corpore fortiore.*

RESO-

Celeritas
amiſſa,



RESOLUTIO. A celeritate quam corpus occurrens celerius motum ante conflictum habuit, subtrahatur celeritas post conflictum communis, differentia dabit celeritatem amissam; quae si interea

dicatur x ; erit $C - \frac{MC - mc}{M + m} = x$ ergo C reducendo

ad fractionem sub denominatore $M + m$; (*uti §. 7. praes. cap. dictum est*) erit $x = \frac{MC + mC - MC + mc}{M + m}$

ergo omissis quantitatibus aequalibus & oppositis $MC - MC$; (*algeb. §. 18. per regulam 2. reduct.*)

erit $x = \frac{mC + mc}{M + m}$. Q. e. i.

§. XVI.

PROBLEMA II. *Invenire celeritatem a corpore debiliore acquisitam.* Celeritas acquisita.

RESOLUTIO. Ad celeritatem communem post conflictum addatur celeritas lentioris ante conflictum; fiet

$\frac{MC - mc}{M + m} + c = x$, quae per hypoth.

fit celeritas acquisita algebraice invenienda, ergo reducendo c ad fractionem denominatoris $M + m$,

erit conformiter ad dicta (§. praeced.) $\frac{MC - mc}{M + m} +$

$\frac{Mc + mc}{M + m} = x$; ergo (*per §. 53. alg.*) $\frac{MC - mc + Mc + mc}{M + m}$

$= x$; ergo (*per regulam reduct. §. praered. cit.*)

$x = \frac{MC + Mc}{M + m}$. Q. e. i.



SCHOLION. Quoniam celeritas corporis debilioris tota extingitur ob vires fortioris praevalentes & oppositas; (*per leg. 3. motus.*) massa m debilior imo accipit celeritatem $=$ lem illi quam ante conflictum habuit; hac vero cum celeritas prius habita extinguatur, deberet quiescere; movetur autem secundum directionem fortioris, sicuti moveretur si hoc in illud reapse quiescens incurreret; (*per §. 5. theor. 1.*) necesse igitur est, ut insuper accipiat celeritatem eandem, qua massa fortior progreditur; inde est, quod ejusdem celeritas acquisita habeatur, si ad celeritatem ante occursum habitam addatur celeritas post occursum communis.

§. XVI.

Quantitas
motus post
occursum.

PROBLEMA III. *Determinare quantitatem motus post occursum.*

RESOLUTIO. Celeritas communis $\frac{MC - mc}{M + m}$ ducatur in summam massarum $M + m$; erit igitur, si quantitas motus post occursum dicatur x ; $\frac{MC - mc}{M + m}$.

$M + m = x$; est autem $\frac{MC - mc}{M + m} \cdot M + m =$

$\frac{MMC - Mmc + MmC - mmc}{M + m}$; (*per §§. 25. & 26.*

algeb.) dividendo igitur numeratorem per denominatorem more in arithmetica usitato, quotus erit $MC - mc$; quare $x = MC - mc$. Q. e. d.

COROLLARIUM I. Ante conflictum differentia quantitatum motus erat $MC - mc$; post conflictum sum-



summa quantitatuum motus est pariter $\equiv MC - mc$:
est igitur differentia quantitatuum motus ante con-
flictum aequalis summae quantitatuum motus post
conflictum.

SCHOLION. Ex hoc corollario, cujus verita-
tem constans firmat experientia, erroris convinci-
tur CARTESIUS, qui censuit in omni confli-
ctu eandem semper motus quantitatem conser-
vari. Tametsi enim corpora perfecte dura nu-
spiam sit in natura reperire, hoc ipso tamen, quod
aeque parum perfecte elastica invenire detur, patet
legem praecedentis corollarii saltem ex parte lo-
cum habere, ita ut non semper aequalis motus
quantitas, priore destructo producat.

COROLLARIUM II. Si celeritates aequales,
massae autem inaequales fuerint; juxta directionem
corporis majoris loco cedit corpus massae minoris;
utrumque autem movebitur celeritate communi,
quae excessu virium per summam massarum diviso
cognoscitur. Nam si $C \equiv c$ & e. g. $M > m$; erit
 $MC > mc$ aut (*per axiom. 4.*) loco c substituendo C ,
erit $MC > mC$; potest igitur massa m considerari ut
quiescens, quo casu aget M in m quantitate motus
quae sit $\equiv$ lis $MC - mc$; sic autem m movebitur juxta
directionem corporis majoris; ergo corpus massae
minoris juxta directionem corporis majoris loco ce-
dit. Utrumque autem movebitur celeritate com-
muni quae excessu virium, seu excessu quantitatuum
motus per summam massarum diviso aequalis est; si
enim M reapse incurreret in m quiescens quanti-
tate motus, quae aequalis foret excessui virium; ce-
leritas communis post incursum foret $\equiv$ lis quanti-
tati



tati motus divisae per summam massarum, eademque in utroque corpore; sed in hypothese, idem est, ac si M incurreret in m quiesceus; ergo cum quantitas motus, qua M incurrens in m agit, sit excessus virium; celeritas post occursum erit aequalis huic excessui per summam massarum diviso, h. e.

$$= \text{lis } \frac{MC - mc}{M + m}.$$

COROLLARIUM III. $\frac{MC - mc}{M + m} C = \left(\frac{M - m}{M + m} \right) C$

(per axiom. 2.) quare est $M + m : M - m = C : x$: est enim, si proportio subsistat, $Mx + mx = MC - mC$

(per §. 84. algeb.) adeoque $x = \frac{MC - mC}{M + m}$, h. e. ut

summa massarum ad earundem differentiam, ita celeritas ante occursum, ad celeritatem post occursum.

COROLLARIUM IV. Si tam massae, quam celeritates inaequales sint, viribus communibus five aequalibus utrinque post ictum (ex lege 3. cit.) elisis, movebuntur ambo corpora per residuum virium excessum pro ratione massarum divisum, h. e. ita divisum & massae majori vis major, minori minor secundum proportionem conveniat.

SCHOLION I. Claritatis causa singulos casus exemplis numericis illustrare expedit.

Celeritas communis post occursum

$$MC - mc : M + m$$

$$MC = mc. \text{ I. } 3. 4 - 3. 4 : 3 + 3 = 0$$

$$\text{Item } 6. 3 - 3. 6 : 6 + 3 = 0$$

$$M = m. \text{ II. } 3. 4 - 3. 2 : 3 + 3 = 1.$$

$$C = c. \text{ III. } 4. 6 - 2. 6 : 4 + 2 = 2.$$

Si massae & celeritates sine reciprocatione in aequales fuerint, e. g. IV. 4. 8 - 1. 12 : 4 + 1 = 4.

SCHOLION II. Ex eo quod duo corpora perfecte dura, quorum massae & celeritates reciprocant, & quorum proinde celeritates inaequales per massarum inaequalitatem compensantur, post conflictum quiescant, prout experientia constans testatur, & ipse cl. WOLFIUS, LEIBNITIANA E sententiae propugnator (*in elem. Mechan.* §. 538.) fatetur, contra LEIBNITIUM ejusque patronos ita concludit P. FORTUNATUS A BRIXIA (*Phys. gen. p. I. §. 433.*) cum haec lex sit verissima, utpote experientiae consentanea, videtur dubitare neminem posse, quin plane falsum sit, vim vivam corporum aequare factum ex ductu massae in quadratum celeritatis. Recte concludit: ponamus $M = 4$, $C = 3$, $m = 2$, $c = 6$ dabitur reciprocatio massarum & celeritatum, eritque $M : m = c : C$, h. e. $4 : 2 = 6 : 3$; jam si vis viva ponatur esse in ratione simplice celeritatum, erit $MC = mc$ i. e. $3 \cdot 4 = 2 \cdot 6$, adeoque $MC - mc = 12 - 12 = 0$, dabiturque quies, prout experientia constat. Contra in hypothese LEIBNITII obtineret haec formula $MC^2 - mc^2$; sic autem quies dari non posset; cum enim C^2 in casu foret $= 3 \cdot 3 = 9$ & $c^2 = 6 \cdot 6 = 36$, esset $MC^2 = 4 \cdot 9 = 36$ & $mc^2 = 2 \cdot 36 = 72$; adeoque $MC^2 - mc^2 = 36 - 72$, quae vires cum aequales non sint, non ex toto omnes destruuntur, sed remanent in massa m vires $=$ les 36, quae cum oppositae sint massae M , quae vires omnes ex lege actionis & reactionis amisit, massa M repellitur; Non ergo dabitur quies, contra ac constans experientia testatur. Eodem argumento contra LEIBNITIUM utitur cl. KRAFFTUS in *praelection. Academ. publ.*

Phys. theor. p. I. cap. 5. n. 101. "Aperte porro
 „pro aestimatione cartesiana militat argumentum...
 „de collisione corporum mollium, quo constat,
 „duo corpora mollia massarum M & m , sibi mu-
 „tuo occurrentia celeritatibus, M & m , se se post
 „ictum tenere in mutuo aequilibrio, adeoque ha-
 „bere vires aequales utpote directe sibi oppositas.,
 Et rursus *p. II. cap. 7. de collis. corporum n. 213.*
 sic urget idem argumentum: "occurrant denique
 „duo globi sibi invicem iis celeritatibus, quae
 „sint inverse uti massae globorum: observabitur,
 „facto occurfu hos denuo quiescere. Nam habe-
 „tur sic $C = m$, $-c = M$, adeoque celeritas post
 „ictum communis $\frac{Mm - Mm}{M + m} = 0$." Eadem probatio
 contra praefatum autorem legitur in *comment. Aca-*
dem. Petropol. Tom. I. p. 119. In illust. D. D E
 MAIRAN *dissert. de aestimatione & mensura vi-*
rium motricium §. 22. Atque in *Journal de Sa-*
vans d'Italie Tom. 1. an. 1748. p. 167.

SCHOLION III. In occurfu corporum quorum
 massae & celeritates simplices reciprocant, celeri-
 tatem post ictum communem esse $= \text{lem } \frac{Mm - Mm}{M + m}$
 $= 0$ ita algebraice, ostenditur: in hypothese quod
 massae & celeritates reciprocent, est $M : m =$
 $c : C$ ergo commutando (*per §. 88. algebr.*)
 etiam erit $c : C = M : m$ ergo $M : m = M : m$ (*per*
axiom. 3. cor.) ergo $MC - mc = Mm - Mm$; ergo
 $\frac{MC - mc}{M + m} = \frac{Mm - Mm}{M + m}$ (*per axiom. 4.*) sed est $Mm -$
 $Mm = 0$ ergo $\frac{Mm - Mm}{M + m} = \frac{0}{M + m} = 0$.

SCHO.

SCHOLION IV. Nec obstat I. argumentum
HAMBERGERI *element. physicae* §. 100 ex
cl. RICHTERO desumptum, quod in *Act. erud.*
lips. 1729. anni, mens. Febr. extat: est autem
istud: *impingat in corpus quiescens, cujus mas-*
sa aequalis 9, corpus alterum . . . cujus massa
= 8. observatione patebit corpus quiescens post
impactum moveri celeritate 4. in eam partem, in
quam movebatur impingens; istud vero post im-
pectum reflecti eadem celeritate ut 4. Unde sic
argumentatur: si vires essent in ratione simplici
celeritatum & massarum, quantitas motus post
ictum foret $9 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 48$, ante ictum vero tan-
tum $8 \cdot 3 = 24$. Est vero absurdum post ictum au-
geri vires in duplum; ergo. At vero si supponan-
tur vires esse in ratione duplicata celeritatum &
simplici massarum, quantitas motus ante ictum est
 $3 \cdot 8^2 = 3 \cdot 64 = 192$ post ictum vero $9 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^2 =$
 $9 \cdot 16 + 3 \cdot 16 = 144 + 48 = 192$. R. Observatione
id patebit in corporibus elasticis, in duris non
item. Absurdum quidem est augeri quantitatem
motus in duris, seu vi solius impactus, haud qua-
quam vero in elasticis in quibus non sola vis impactus,
sed etiam elastica agit. Inferius porro patebit, in
conflictu elasticorum summam productorum ex massis
in quadrata celeritatum ante & post conflictum
esse eandem.

II. Non majoris momenti argumentum sufficit
experimentum cl. POLENII *de castellis pag. 56.*
Paretur, inquit ille, ex molli argilla superficies
plana & horizontalis, capianturque duo globi
D § in



ejusdem diametri, sed diversi ponderis, qui
 demittantur, oleo illiti, in stratum molle lu-
 teum ex altitudinibus, quae sint inverse uti pon-
 dera globorum: observabitur, foveas utrinque
 infictas exactissime inter se esse aequales. Ergo.
 Videtur argumentum cl. Autoris ejusmodi esse:
 ubi effectus aequales sunt, etiam vires aequales sint
 necesse est; effectus aequales sunt ex observatione;
 ergo & vires: hae autem aequales non erunt, nisi
 massae ducantur in quadrata celeritatum: Enim
 vero ponamus pondus majoris massae $\equiv$ le 18, alti-
 tudinem $\equiv$ lem 4; pondus massae minoris $\equiv$ le 8,
 celeritatem $\equiv$ lem 9; dabitur reciprocatio cum sit
 $P : p \equiv a : A$ sive $18 : 8 \equiv 9 : 4$. His positis: quo-
 niam ex mechanica est $C : c \equiv \sqrt{S} : \sqrt{s}$, & $S \equiv A$,
 erit $C : c \equiv \sqrt{A} : \sqrt{a}$; est autem $A \equiv 4$; $a \equiv 9$
 ergo $C : c \equiv \sqrt{4} : \sqrt{9}$; unde quia $\sqrt{4} = 2$ & $\sqrt{9}$
 $\equiv 3$ erit $C : c \equiv 2 : 3$; ducantur jam celeritates
 istae in suas massas, erit M. $C \equiv 18. 2 \equiv 36$, & m.
 $c \equiv 8. 3 \equiv 24$; est autem $36 > 24$; momenta igitur
 non sunt aequalia. Contra ducantur massae
 in suum quaevis celeritatis quadratum; erit M.
 $C^2 \equiv 18. 4 \equiv 72$; m. $c^2 \equiv 8. 9 \equiv 72$. Vires igitur
 vivae non sunt uti massae ductae in celeritates
 simplices, sed uti massae ductae in quadrata ce-
 leritatum. Verum respondent *Newtoniani* hac de
 re cum *CARTESIO* consentientes, minime vi-
 res quibus memorati effectus respondent, aequa-
 les esse, aut posse aequales esse, quamvis foveae
 tales sint. Bene respondent: corpus enim ex ma-
 jori altitudine descendens longiori tempore absol-
 vit



vit foveam; Nam ponamus celeritatem finalem primi corporis esse duplam celeritatis finalis, qua corpus alterum in planum agit, igitur primum propter duplam celeritatem eodem tempore superabit duplum obstaculum plani resistentis, alterum vero nonnisi simplum, illud igitur brevius, hoc longius tempus infumet in efformanda fovea. Quare ut directe respondeam, dico vires vivas i. e. cum actuali motu conjunctas esse uti quadrata celeritatum, si tempora quibus vires agunt, inaequalia sint ac celeritates crescant uti tempora; minime vero si spectentur tempora aequalia. Tunc enim, cum sint vires in ratione celeritatum ac temporum, five $V = CT$, & celeritas crescat uti tempora, five $C = T$; erit $V = CC = C^2$. Unde si vires dicantur V & v celeritates C & c , tempora T & t foveae F & f . Algebraice res tota sic potest exprimi: vires si tempora inaequalia sint; sunt in ratione composita temporum ac celeritatum; est ergo

$$V : v = CT : ct$$

$$T : t = C : c$$

$$\text{ergo } VT : vt = C^2T : c^2t \text{ (algeb. §. 92.)}$$

$$\text{Ergo } VT. c^2t = vt. C^2T; \text{ (algeb. §. 82.) ergo}$$

$$\frac{VTc^2t}{Tt} = \frac{vtC^2T}{Tt}; \text{ ergo (per axiom. 6. cor.) } Vc^2$$

$= vC^2$; ergo haec producta resolvendo in analogiam seu proportionem, erit eorum factores reciprocando $V : v = C^2 : c^2$. Sunt igitur vires (si tempora inaequalia sint) uti quadrata celeritatum;
pro-

proinde cum sit $F : f = V : v$; erit $F : f = C^2 : c^2$; id vero mere accidentale est; nam reapse foveae sunt in ratione composita celeritatum ac temporum h. e. $F : f = CT : ct$, quoniam hic est $CT : ct = C^2 : c^2$; est etiam (*per coroll. axiom. 3.*) $F : f = C^2 : c^2$. Eadem responsio est ad argumentum LEIBNITII, quod omnium aliorum fundamentum est, atque a cl. WOLFIO *elem. Math. tom. 2.*, refertur: *dum pendula ex quiete sursum moventur, dein propria gravitate descendendo arcus describunt, per dicta de pendulis eam celeritatem acquirunt, ut arcus aequales in partem oppositam conficiant; sunt vero hi arcus ut quadrata celeritatum, quare vires pendulorum sunt in eadem ratione.* In eo enim peccat viri clarissimi argumentum, quod rationem temporis, quo spatia haec percurreuntur, nullam habeat. Nam verum quidem est in motu uniformiter accelerato, ubi tempora ut celeritates crescunt, spatia diversis temporibus descripta esse ut quadrata temporum vel celeritatum; sed dum vires mensuramus, effectus eodem tempore positos attendere debemus; alioquin id etiam in motu aequabili faciendum erat. Qui eandem LEIBNITII opinionem pluribus refutatam desiderat, eidem satisfaciet P. CAROLUS SCHERFFER S. J. *Phys. Gen. p. III. Art. 3. edit. postremae a pag. 231. ad pag. 262. mihi, ne longior sim, ad elastica properandum est.*

* * * * *

CAPUT II.

CAPUT II.

De conflictu corporum elasticorum.

§. I.

Si cuncta corpora aut omnino dura forent, aut perfecte mollia, leges praecedente capite stabilitae omnibus corporibus congruerent, quoties illa directe colliderentur; unde etiam post collisionem aut quiescerent, aut ita moverentur per modum unius massae, ut alterum ab altero deinceps non discederet, nisi forte causa extranea eorundem separationem efficeret. Cum vero quamplurima extent corpora, quae ad perfecte elastica accedant proxime; necesse est ex horum collisione, alios omnino ab illis, de quibus capite praecedente actum est, motus progigni; quapropter & aliae pro elasticis leges determinandae sunt. Conabor id praestare per theoremata quaedam capitis praesentis, in quo (cum leges universales esse oporteat) de corporibus perfecte elasticis duntaxat mihi sermo est.

§. II.

DEFINITIO. Duplex in elasticis vis distingui solet, altera qua compressio peragitur, quam vim *comprimentem* vocant, Vis comprimens & elastica.
E altera



altera qua restitutio absolvitur, quam *elasticam* nominant (germanice die Schnells Kraft.)

**Compressio
mutua.**

SCHOLION I. Compressio corporum confligentium mutua est; atque eodem tempore in utroque corpore peragitur. Compressio enim est actio, actioni respondet reactio, quae est compressio alterius corporis; nec enim est ratio sufficiens, cur A comprimatur B & a B reagente non comprimatur, cum utrumque sit aequae i. e. perfecte elasticum: *est igitur compressio mutua.* Porro actio corporis in corpus nullo tempore est sine reactione; (*per §. 4. Cap. 1. p. I.*) eodem proinde tempore utriusque corporis compressio peragitur.

**Compressio-
nis limi-
tes.**

SCHOLION II. Compressio dicta eousque continuatur, donec corpus alterum alteri obstaculo fuerit, adeoque donec celeritates ad aequalitatem pervenerint; quo facto si elastica non forent, motusque sequi deberet, progredierentur celeritate communi, uti de non elasticis (*cap. praeced. §. 5. theorem. 1.*) dictum est; quoniam vero cessante vi comprimente, partes compressae vi sua elastica illico sese expandere incipiunt; post ictum sibi non adhaerescunt, sed utrumque ab altero recedit, vel alterutrum ab altero, dum unum post conflictum quiescit.

COROLLARIUM I. Cum in corporibus, quae ad perfecte elastica proxime accedunt, restitutio partium compressioni earundem ad sensum aequalis sit (uti patet in elatere calybeo, globis eburneis &c.) recte inferimus restitutionem compressioni etiam in rigore mathematico aequalem fore

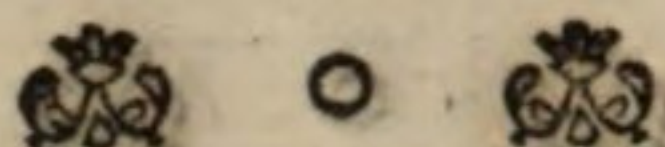


in perfecte elasticis; siqua hujus generis in natura extarent.

COROLLARIUM II. In conflictu corporum elasticorum duplex consideranda est temporis periodus; altera qua compressio, altera, qua restitutio peragitur. Periodus temporis in non elasticis una est; quod aut nulla detur in iis compressio, uti in perfecte duris, aut nulla a compressione particularum in priorem situm, figuramque corporis restitutio, veluti in mollibus.

COROLLARIUM III. Prima elasticorum actio peragitur juxta leges pro conflictu non elasticorum traditas; Nam elastica, ad compressionem quod attinet, a mollibus non differunt, quod uti in his, ita in illis compressio suos limites habeat; unde si elasticitas abesset, actio seu percussio fieret juxta leges mollium; eadem vero sunt mollium leges quae durorum (*cap. praeced. §. 2. schol.*) prima itaque elasticorum actio juxta non elasticorum leges peragitur.

COROLLARIUM IV. Motus elastici, i. e. quibus *restitutiones* absolvuntur, sunt inter se contrarii seu fiunt in partes oppositas; dum enim corpus A movetur versus B, illudque comprimit, partes cedunt secundum directionem corporis comprimantis, utpote juxta quam moveretur B, si compressio non daretur, eodem vero tempore comprimitur corpus A secundum directionem corporis B reagentis, adeoque secundum directionem, directioni, qua movetur corpus A. oppositam; dum igitur utrumque corpus a compressione se restituit, restitutio in corpore A fit versus corpus B, & restitutio in corpore B fit versus corpus A. ergo.



Corollarium hoc universale est; valet proinde tam in impactu, quam incurfu & occurfu. Similiter patet motum elasticum in corpore A opponi motui directo corporis B occurrentis, vel incurrentis; idem est de corpore B relate ad corpus A.

§. III.

THEOREMA I. *Vis elastica aequatur vi comprimenti, quamdiu corpus adhuc comprimi potest.* **DEMONSTRATUR:** Vis elastica inposita hypothese non potest esse *minor* vi comprimente, nec *major*: non minor, alias magis comprimeretur; non major, alias non eousque potuisset comprimi, quia magis restitisset. Est igitur vis elastica aequalis vi comprimenti Q. e. d. (*vid. P. MAKO S. J. cosmolog. n. 295. & P. STEINMEYER S. J. Mechan. n. 545.*) quorum demonstratio cum nostra convenit.

SCHOLION. Dixi in theoremate; *quamdiu corpus adhuc comprimi potest*: si enim illud compressionis suae limites attigit, non jam resistet vi sua repulsiva, quae etiam non elasticis communis est; unde si corpus comprimens non omnes vires suas in compressionem impendit, potest ea esse major vi elastica corporis, quod comprimitur.

COROLLARIUM I. Si ergo vis comprimens massae M, dicatur V, vis ejusdem elastica vocetur E; similiter vis elastica massae m sit $= v$, elastica $= e$; erit imo $V = e$ & $v = E$; est enim vis quae comprimit massam m vis comprimens mas-
fae

fae M , quae ex hypothefi eft $\equiv$ lis V ; vis elastica
 maffae m compressae $\equiv$ lis e ergo $V \equiv e$, eodem
 modo conclude de vi comprimente maffam M &
 ejus vi elastica, qua compressioni refiftit. 2do.
 Erit etiam $v \equiv e$; eft enim, per *L. 3. NEUTONI*
 $V \equiv v$. (*supra cap. 2. p. I. §. 4.*) ergo cum fit
 $V \equiv e$, & $v \equiv V$ erit (*per axiom. 3.*) $v \equiv e$ &
 $V \equiv E$. 3tio. Denique erit $E \equiv e$: Nam eft $V \equiv e$
 & $V \equiv E$ ergo (*per axiom. cit.*) $E \equiv e$. h. e. Cor-
 pora elastica in conflictu eandem acquirunt elasti-
 citatem. Cujus ratio eft quia quantitas vis elasti-
 cae determinatur per actionem corporis unius in
 alterum, qua fit partium compressio; (*per theor.*
§. praesent.) sed actiones utrinque aequales funt,
 quia actioni reactio aequalis eft: ergo vis elastica
 in utroque corpore eadem actione determinatur,
 ac proinde aequalis eft, quia in uno non magis
 determinatur ac in altero.

COROLLARIUM II. Cum vis elastica vi com-
 primenti aequalis fit; fequitur vim elasticam eo
 majorem fieri, quo magis corpus elasticum com-
 primitur. Quo magis e. g. ensis incurvatur, quo
 fortius chorda tenditur, quo magis comprimitur
 globus coriaceus aere inflatus, eo majorem exerunt
 vim elasticam; ut adeo vis corporum elastica varia-
 bilis fit, ac pro arbitrio comprimentis aut tenden-
 tis remitti vel intendi queat.

§. IV.

THEOREMA. II. In conflictu elasticorum
 celeritas acquisita, vel deperdita dupla est
 illius, quae acquisita vel deperdita fuisset,

si utrumque corpus fuisset perfecte durum.
DEMONSTRATUR: Ex demonstratis (§. *prae-*
cedent. coroll. 1.) est $V = E$, adeoque vis
 qua corpus unum alterum comprimit,
 aequalis vi elasticae corporis comprimen-
 tis; vis autem comprimens, & compri-
 mentis vis elastica tendunt juxta eandem
 directionem; (*per coroll. 4. §. 4.*) ergo si
 e. g. massa m per vim comprimentem
 massae M accipit determinatam quantita-
 tem celeritatis, huic aequalem accipiet per
 ejusdem vim elasticam; & si massae M ce-
 leritas per vim comprimentem massae m
 minuatur, aequaliter minuetur per illius
 vim elasticam; celeritas igitur a massa m
 acquisita, & a massa M deperdita in con-
 flictu elasticorum dupla est &c. Q. e. d.

COROLLARIUM I. Igitur celeritas massae quie-
 scentis post conflictum elasticum est $= \frac{2MC}{M+m}$. Si
 enim massae elasticae non essent, foret ejusdem
 celeritas post conflictum $= \frac{MC}{M+m}$ (§. 6. *coroll. cap.*
praeecedent.) ergo cum celeritas acquisita sit dupla
 illius, quae acquisita fuisset, si utraque massa
 fuisset perfecte dura, in hypothese quod utraque
 sit perfecte elastica, celeritas acquisita a quiescen-
 te est $= \frac{2MC}{M+m}$.

COROL-

COROLLARIUM II. Erit ergo celeritas a massa impingente amissa $= \frac{2mC}{M+m}$; Nam si massae elasticae non essent, foret celeritas amissa ab impingente $= \frac{mC}{M+m}$ (*per cap. praeced. §. 7.*) cum ergo in elasticis (*per theorem. praes.*) celeritas amissa ab impingente dupla sit illius quae amitteretur si elastica non essent, erit celeritas ab impingente amissa $= \frac{2mC}{M+m}$.

COROLLARIUM III. Celeritas praecedentis in incurfu utraque temporis periodo augetur, insequentis vero minuitur. Praecedens enim tam per vim *comprimentem*, quam per vim *elasticam* insequentis impellitur eadem, qua prius ferebatur directione; insequens vero & a vi *comprimente* & a vi *elastica* praecedentis impellitur directione priori contraria; sed impulsio directioni mobilis contraria ipsius celeritatem imminuit; facta vero juxta directionem celeritatem auget; ergo.

COROLLARIUM IV. Quoniam quantitas motus est massa ducta in celeritatem, massae autem M & m ante & post conflictum sint eadem; sequitur etiam quantitatem motus massae praecedentis in utraque temporis periodo augeri, insequentis in utraque imminui.

§. V.

THEOREMA III. In impactu elastico-^{Impactus elasticor.,} rum summa massarum est ad earundem differen-

E 4 feren.



ferentiam, uti celeritas incurrentis ante conflictum, ad celeritatem ejusdem post conflictum, sive $M + m : M - m = C : x$
 DEMONSTRATUR: si corpora essent perfecte dura, celeritas impingentis post conflictum foret $= \frac{MC}{M+m}$; (cap. praecedent. §. 6.)

esset proinde quantitas motus post conflictum $= \frac{MC}{M+m} \cdot M = \frac{MMC}{M+m}$; si haec subtra-

hitur a quantitate motus ante conflictum, invenitur quantitas motus per conflictum amissa; est autem quantitas motus ante conflictum $= MC$; erit igitur quantitas motus per conflictum amissa $= MC - \frac{MMC}{M+m} = \frac{MMC + MmC - MMC}{M+m} = \frac{MmC}{M+m}$. (alg.

Celeritas
impingen-
tis.

§. 53.) cum ergo propter vim elasticam tantundem amittat; (§. 4. cap. praesent.) erit quantitas motus per conflictum elasticum amissa $= \frac{2MmC}{M+m}$; si porro haec subtra-

hitur a quantitate motus impingentis ante conflict. relinquit quant. motus post conflict. $= MC - \frac{2MmC}{M+m} = \frac{MMC + MmC - 2MmC}{M+m} =$

$\frac{MMC - MmC}{M+m} = \left(\frac{MC - mC}{M+m} \right) M$; est vero quan-

titas motus celeritas ducta in massam; erit igitur celeritas massae M impingentis post
 | con-



conflictum $= \frac{MC - mC}{M + m}$; sed est x juxta po-

sitam proportionem $= \frac{MC - mC}{M + m}$; stante

enim hac proportione $M + m : M - m = C : x$, erit $Mx + mx = MC - mC$;

ergo $x = \frac{MC - mC}{M + m}$ (*algeb. §. 82.*) Q. e. d.

§. VI.

THEOREMA IV. In impactu elastico-
rum est summa massarum ad duplam mas-
sam incurrentis uti ejusdem celeritas ante
ictum ad celeritatem quiescentis post ictum,

Celeritas
quiescentis
post ictum

h. e. $M + m : 2M = C : x$. DEMONSTRATUR: celeritas massae quiescentis post

conflictum est $= \frac{2MC}{M + m}$ (*per coroll. I. §. 4.*

cap. praes.) sed stante proportione $M + m : 2M = C : x$ est x , h. e. celeritas quiescen-

tis post conflictum pariter $= \frac{2MC}{M + m}$; est

enim $Mx + mx = 2MC$; adeoque (*alg.*

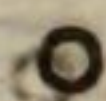
§. cit.) $x = \frac{2MC}{M + m}$; ergo $M + m : 2M =$

$C : x$. Q. e. d.

COROLLARIUM I. Si $M = m$, impingens post ictum quiescit, m vero movetur celeritate & directione impingentis. Est enim celeritas quiescentis

E §

post



post conflictum $= \frac{2MC}{M+m} = C$; nam si in denomi-

natore fractionis ponatur M loco m (*per axiom. 4.*)

prior formula $\frac{2MC}{M+m}$ transibit in hanc $\frac{2MC}{M+M} =$

$\frac{2MC}{2M} = C$. Ergo quiescens ante ictum, post

ictum movebitur celeritate C impingentis, uti & directione ejusdem, utpote juxta quam ab impingente determinatur, tam per vim comprimentem, quam elasticam (*per cor. 4. §. 2.*) celeritas vero mas-

sa impingentis post ictum est $= \frac{MC-mC}{M+m}$; (*per*

§. 5. cap. praes.) est autem in hypothese $\frac{MC-mC}{M+m}$

$= \frac{MC-MC}{M+m} = \frac{0}{M+m} = 0$ (*algeb. §. 18.*) igitur

massa M impingens, omni celeritate in conflictu amissa quiescet.

COROLLARIUM II. Quoniam quantitas motus in casu praesente post conflictum est mC , in hypothese vero $M = m$, est $MC = mC$ erit quantitas motus post conflictum aequalis quantitati motus ante conflictum.

COROLLARIUM III. Si $M > m$, h. e. si massa aut globus impingens est major quiescente, post ictum ambo in eandem plagam movebuntur, incurrens tamen tardius quam quiescens. Nam ob $M > m$,

erit celeritas impingentis post ictum $\frac{MC-mC}{M+m}$

quantitas positiva, non enim dimidia celeritas amittetur

tetur per solum impactum, ergo non tota amittetur per conflictum elasticum, residua igitur celeritate progredietur, tardius tamen movebitur, quam massa ante ictum quiescens; hujus enim celeritas post conflictum (*per theorem. praes.*) est $= \frac{2MC}{M+m}$

sed $\frac{2MC}{M+m} > \frac{MC-mC}{M+m}$ ergo celeritas quiescentis post conflictum elasticum major est, quam sit celeritas impingentis, adeoque hoc tardius movebitur.

COROLLARIUM IV. Si $M < m$, i. e. si massa impingens est minor quiescente, incurrens post conflictum resiliet; quiescens vero semper in eandem partem movebitur, in quam ante ictum movebatur impingens. Si enim est $M < m$; erit $\frac{MC - mC}{M+m}$ quantitas negativa, massa enim incurrens M plus quam dimidiam partem celeritatis suae aut virium per actionem primam impendere debet, ac tantundem per vim elasticam massae m quiescentis extinguitur; cum ergo minus celeritatis aut virium post primam actionem habeat massa impingens, quam vis elastica quiescentis extingueret, pars aliqua virium elasticarum a quiescente impenditur in massam impingentem repellendam, adeoque illa resiliet: at celeritas quiescentis $\frac{2MC}{M+m}$ semper est quantitas positiva, quia ejus celeritas non minuitur, sed per vim elasticam secundum eandem directionem quantitate, illi, quam vi solius impactus accepit, aequali augetur.

SCHOLION I Ex dictis patet ratio, cur si in eadem linea recta fuerint plures globi elastici massa & volumine aequales, quae se mutuo tangant, tot ex ultimis recedant (caeteris quiescentibus) quot ex primis in reliquos impingant; primi enim comparati ad proximos impingentes agunt ut aequales in aequales, hi in sibi vicinos & sic deinceps usque ad ultimos; habetur igitur casus corollarii primi.

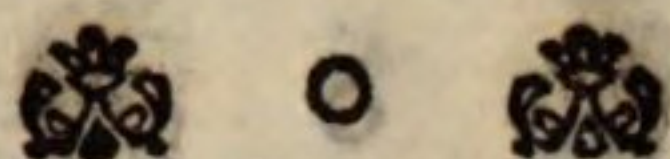
2. Cur si oneraria impingat in cymbam, hanc determinet ad motum celeriores, quam sit motus ipsius onerariae; est enim utrumque corpus elasticum, & oneraria major quam cymba; quare habetur casus corollarii tertii.

SCHOLION II. Modus inveniendi celeritatem impingentis post conflictum constat *ex theorem. 3. §. 5.* celeritatem quiescentis *ex §. 6. theorem. 4.*, estque ea ipsa celeritas a quiescente acquisita, cum ante conflictum celeritatem nullam habuerit, adeoque omnem, quam habet, ex conflictu acquisierit; celeritatem ab impingente amissam reperire docet sequens problema.

§. VII.

PROBLEMA. *Invenire celeritatem a massa impingente amissam.*

RESOLUTIO. Subtrahatur celeritas quam post conflictum habet, a celeritate quam ante conflictum habuit; differentia dabit celeritatem per conflictum amissam; cum ergo celeritas ejusdem ante conflictum sit $= C$, celeritas post conflictum $= \frac{MC - mC}{M + m}$, fiat $C - \left(\frac{MC - mC}{M + m} \right) = C - \frac{MC + mC}{M + m}$ (per



$$(\text{per } \S. 21. \text{ algebr.}) = \frac{MC + mC - MC + mC}{M + m} =$$

$$\frac{2mC}{M+m}. \quad Q. e. i.$$

COROLLARIUM. Erit igitur ut summa massarum ad duplam massam quiescentis; ita celeritas impingentis ante conflictum ad celeritatem quiescentis post conflictum siue $M + m : 2m = C : x$ est enim $Mx + mx = 2mC$; adeoque $x = \frac{2mC}{M+m}$ quae est eadem formula cum priore per problema inventa. Vid. P. MAKO *Phys. gen. n. 51. coroll. 4.*

SCHOLION I. Dictis haecenus & demonstratis lux clarior accedet in numeris. Sint igitur primo pro inveniendâ celeritate impingentis post conflictum sequentia exempla

$$M + m : M - m = C : x$$

$$M = m. \text{ I. } 4 + 4 : 4 - 4 = 12 : x$$

$$8 : 0 = 12 : x$$

$$8x = 0 \cdot 12 = 0$$

$$x = 0 : 8 = 0.$$

patet igitur massam impingentem post conflictum elasticum quiescere, si fuerit massae quiescenti aequalis.

$$M > m. \text{ II. } M + m : M - m = C : x$$

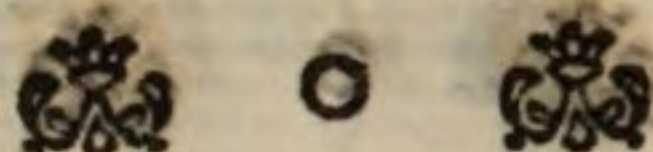
$$(9 + 3) : (9 - 3) = 6 : x$$

$$12 : 6 = 6 : x$$

$$12x = 6 \cdot 6 = 36$$

$$x = 36 : 12 = 3.$$

Per.



Perget proinde massa impingens etiam post conflictum juxta priorem directionem moveri, si fuerit major massa quiescente in quam impingit.

$$M + m : M - m = C : x$$

$$M < m. \text{ III. } (4 + 8) : (4 - 8) = 12 : x$$

$$12 : -4 = 12 : x$$

$$12x = -4 \cdot 12 = -48$$

$$x = -48 : 12 = -4$$

Quoniam -4 est quantitas negativa, patet massam M urgeri in partem priori directioni oppositam, ac proinde resilire, si fuerit minor massa quiescente.

COROLLARIUM. Si massa m , in quam fit impactus, immobilis sit; eadem ceu infinite magna spectari potest comparative ad massam M impingentem, haec igitur in illius comparatione evanesens, erit $= 0$; quare formula $\frac{MC - mC}{M + m}$ transibit

in hanc $-\frac{mC}{m} = -C$, h. e. eadem celeritate resiliet massa impingens, qua advenerat.

SCHOLION II. Pro invenienda in numeris massae quiescentis, post conflictum celeritate servient iidem, qui prius numeri ad formulam generalem (§. 6. *theorem.* 4.) demonstratam applicati.

$$M + m : 2M = C : x$$

$$M = m. \text{ I. } (4 + 4) : 8 = 12 : x$$

$$8 : 8 = 12 : x$$

$$8x = 8 \cdot 12 = 96$$

$$x = 96 : 8 = 12$$

Massa

Massa igitur quiescens post conflictum eadem celeritate progreditur, qua ante conflictum movebatur impingens aequalis massae cum quiescente.

$$\begin{aligned}
 M+m &: 2M &= C : x \\
 M > m. \text{ II. } (9+3) &: 18 &= 6 : x \\
 12 &: 18 &= 6 : x \\
 12x &= 18 \cdot 6 &= 108 \\
 x &= 108 : 12 &= 9.
 \end{aligned}$$

Cum ex scholio praecedente massa impingens progrediatur celeritate = 3 quiescens vero minoris quam illa ponderis moveatur celeritate = 9 rursus ex hoc exemplo manifestum est, in facta hypothesisi massam quiescentem celerius moveri quam impingentem.

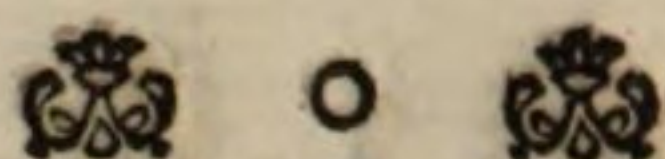
$$\begin{aligned}
 M+m &: 2M &= C : x \\
 M < m. \text{ III. } (4+8) &: 8 &= 12 : x \\
 12 &: 8 &= 12 : x \\
 12x &= 8 \cdot 12 &= 96 \\
 x &= 96 : 12 &= 8.
 \end{aligned}$$

SCHOLION III. Eodem modo invenies celeritatem a massa impingente amissam, si ad formulam universalem (§. 7.) inventam ac demonstratam eosdem numeros applices. Sit ergo

$$\begin{aligned}
 M+m &: 2m &= C : x \\
 M = m. \text{ I. } (4+4) &: 8 &= 12 : x \\
 8 &: 8 &= 12 : x \\
 8x &= 8 \cdot 12 &= 96 \\
 x &= 96 : 8 &= 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M+m &: 2m &= C : x \\
 M > m. \text{ II. } (9+3) &: 6 &= 6 : x \\
 12 &: 6 &= 6 : x \\
 12x &= 6 \cdot 6 &= 36 \\
 x &= 36 : 12 &= 3.
 \end{aligned}$$

$M+m$



$$\begin{aligned}
 M + m &: 2m = C : x \\
 M \triangleleft m. \text{ III. } (4 + 8) &: 16 = 12 : x \\
 12 &: 16 = 12 : x \\
 x : 0 &= 12x : 16 \cdot 12 = 192 \\
 x : 0 &= 3x : 192 : 12 = 16.
 \end{aligned}$$

Mirum videri non debet, quod massa impingens M. juxta calculum postremi exempli plus celeritatis amiserit, quam habuit, cum celeritas ejus ante conflictum erat 12, per conflictum autem amissa = 16, adeoque ultra gradus celeritatis ante conflictum habitos adhuc quatuor gradus alios amiserit; cum enim massa M. (*per schol. 2.*) resilire debeat, resiliatque celeritate = li 4 praeter amissos 12 celeritatis gradus debet habere alios 4 negativos, qui si addantur ad 12 amissos idem est ac si amisisset gradus celeritatis 16. id quod tam parum paradoxum videri debet, atque illud quod in algebra verum fit dicere, eum qui debita contraxit, habere minus nihilo; Ad haec si 16 florenos lusu perdas & non nisi 12 possideas, quis dubitat plus pecuniae abs te perditum esse, quam possederis.

§. VIII.

Incurfus
elast.

THEOREMA V. *Si globus, perfecte elasticus in alium itidem perfecte elasticum, ac lentius motum directe incurrat, eadem erit celeritas relativa, qua post conflictum a se recedent, quae ante conflictum fuit, qua ad se accedebant. Manifestum est enim (ex §. 10. schol. 2. p. I.) vim, qua configunt*
corpo-

corpora elastica in sese incurrentia esse so-
lam differentiam virium absolutarum,
quibus moventur: sed huic vi aequalis
est vis, qua figuram conflictu amissam re-
cuperant, h. e. qua prior earum vis elidi-
tur; post conflictum igitur eadem habetur
vis relativa: sed ubi eadem vis, ibi ea-
dem celeritas relativa; eadem proinde vi,
adeoque eadem celeritate a se recedunt,
qua accedebant. Q. e. d.

COROLLARIUM. Si ergo globum *m* lentius
praecedentem velocius insequatur globus *M*; sit-
que illius celeritas $= c$, hujus vero $= C$; erit ce-
leritas relativa, qua ad se accedunt (*per schol. 2.*
§. 10. cap. 3. p. I.) $= C - c$, & quantitas motus
(*per §. 12. cap. 3. p. I.*) $= MC + mc$. Ponamus
jam globum *M* post conflictum ferri celeritate $= li\ x$,
feretur eadem directione globus *m*, celeritate ali-
qua majore, quam sit *x*, quia si elastica non essent
post ictum moverentur celeritate aequali, propter
elasticitatem autem celeritas praecedentis *m* auge-
tur, insequentis vero minuitur (*per coroll. 3. §. 4.*
cap. praef.) dicatur igitur celeritas massae *m* praee-
dentis *y*; erit celeritas relativa, qua a se rece-
dunt $= y - x$; cum ergo (*per theorem. praef.*)
eadem sit celeritas elasticorum a se recedentium,
quae fuit accedentium; erit $y - x = C - c$; ergo
utrinque addendo *x*, erit $y - x + x = C - c + x$;
adeoque cum $- x$ & $+ x$ se destruant; erit $y =$
 $C - c + x$; est vero quantitas motus ante confi-
ctum $= MC + mc$; post conflictum $Mx + my$. Est
porro $y = C - c + x$, ergo $my = mC - mc + mx$;
F
ergo

ergo facta substitutione pro my (*per axiom. 4.*)
erit quantitas motus post conflictum $= Mx + mC -$
 $mc + mx$; est vero propter actionis & reactionis
aequalitatem, dum globi in eandem plagam ferun-
tur eadem quantitas motus ante & post conflictum:
igitur $Mx + mC - mc + mx = MC + mc$: ergo si
quantitates notae ab ignotis separentur (*per algeb.*
§. 109. per metathes.) erit $Mx + mx = MC + mc -$
 $mC + mc = MC + 2mc - mC$. Et utrumque divi-
dendo $M + m$ (*per §. 110. alg.*) erit $\frac{Mx + mx}{M + m} =$

$$\frac{MC + 2mc - mC}{M + m}; \text{ adeoque } x \text{ h. e. celeritas globi}$$

$$\text{impingentis } M = \frac{MC + 2mc - mC}{M + m}; \text{ invento autem}$$

valore ipsius x , jam nullo negotio eruitur etiam
valor de y . Est enim $y = x + C - c$; ergo (*per*
axiom. 4.) loco x substituendo ejus valorem h. e.

$$\frac{MC + 2mc - mC}{M + m}, \text{ erit } y = \frac{MC + 2mc - mC}{M + m} + C - c;$$

ergo $C - c$ reducendo ad eundem denominato-
rem $M + m$ (*per §. 45. algebr.*) erit $y =$
 $\frac{MC + 2mc - mC + MC - mC + mC - mc}{M + m}$; est vero $MC +$

$$MC = 2MC; + mC - mC = 0; + 2mc - mc =$$

 $+ mc; \text{ erit igitur contrahendo terminos (per §. 18.}$
 $\text{algebr.) } y = \frac{2MC + mc - mC}{M + m}. \text{ Quae est massae } m$

tardioris, post conflictum celeritas. Atque ex his
formulis leges speciales conflictuum in incurfu glo-
borum perfecte elasticorum facile deducuntur.
Vid. P. M A K O *cosmolog. n. 298. coroll.*

§. IX.

PROBLEMA I. *Invenire celeritatem a massa incurrente M. amissam.* Celeritas ab incurrente amissa.

RESOLUTIO. Subtrahatur celeritas ejusdem post conflictum a celeritate C ante conflictum; differentia dabit celeritatem amissam, quae, si dicatur x; erit $C - \left(\frac{MC + 2mc - mC}{M + m} \right) = x$; ergo reapse

peragendo subtractionem, erit (per §. §. 21. & 53. alg.) $C - \frac{MC - 2mc + mC}{M + m} = \frac{MC + mC - MC - 2mc + mC}{M + m}$

$= \frac{2mC - 2mc}{M + m} = x$, cum MC - MC in priore formula fit = 0. Q. e. i.

COROLLARIUM. Quare est, ut summa massarum ad duplam massam lentius praecedentem, ita differentia celeritatum ante conflictum, ad celeritatem massae velocioris per conflictum amissam, sive:

$M + m : 2m = C - c : \frac{2mC - 2mc}{M + m}$; dicatur enim ultimus proportionis terminus x; erit $Mx + mx = 2mC - 2mc$; ergo $x = \frac{2mC - 2mc}{M + m}$, quae est (per §. praesent.) celeritas a massa incurrente M amissa.

§. X.

PROBLEMA II. *Invenire celeritatem a massa m tardius praecedente per conflictum acquisitam.*



Celeritas ab
m tardius
praecedente
acquisita.

RESOLUTIO. Subtrahatur celeritas ejusdem ante conflictum a celeritate post conflictum (*coroll.* §. 8.) inventa, differentia dabit celeritatem acquisitam, quam interim vocemus y. Fiat igitur $y = \left(\frac{2MC + mc - Mc}{M + m} \right) - c$ est autem $c = \frac{Mc + mc}{M + m}$ (§. 30. *algebr.*) erit ergo $y = \frac{2MC + mc - Mc - Mc - mc}{M + m}$; est porro $+mc - mc = 0$; erit proinde $y = \frac{2MC - Mc - Mc}{M + m} = \frac{2MC - 2Mc}{M + m}$. Q. e. i.

COROLLARIUM I. Est igitur ut summa massarum ad duplam massam incurrentem; ita differentia celeritatum ante conflictum, ad celeritatem a massa m tardius praecedente acquisitam, h. e. $M + m : 2M = C - c : \frac{2MC - 2Mc}{M + m}$; si enim ultimus proportionis terminus ponatur esse y erit $My + my = 2MC - 2Mc$; proinde $y = \frac{2MC - 2Mc}{M + m}$. Ergo.

COROLLARIUM II. Si ergo ad celeritatem per conflictum acquisitam addatur celeritas, quam massa m tardior ante conflictum habuit, iterum innotescet ejus celeritas, qua post conflictum fertur; erit enim $y = \frac{2MC - 2Mc}{M + m} + c = \frac{2MC - 2Mc + Mc + mc}{M + m} = \frac{2MC - Mc + mc}{M + m}$ (*coroll.* §. 8. *cap. praes.*) Similiter proveniet iterum celeritas M post conflictum, si a celeritate, quam ante conflictum habuit, subtrahatur celeritas per conflictum deperdita; erit quip-

$$\begin{aligned}
 pc \ x &= C - \left(\frac{2mC - 2mc}{M+m} \right) = \frac{MC + mC - 2mC + 2mc}{M+m} \\
 &= \frac{MC - mC + 2mc}{M+m} \quad (\text{per coroll.})
 \end{aligned}$$

COROLLARIUM III. Si $M = m$ post conflictum permutant velocitates suas. Sit velocitas massae incurrentis M ante incursum $= C$, massae tardius praecedentis $= c$ post conflictum M movebitur celeritate c , m vero progredietur celeritate C . Nam celeritas massae M incurrentis post conflictum est

$$= \frac{MC - mC + 2mc}{M+m} \quad (\text{per corollar. 2. §. 10. cap. praesent.})$$

si ergo $M = m$ formula exprimens celeritatem massae M post conflictum transibit

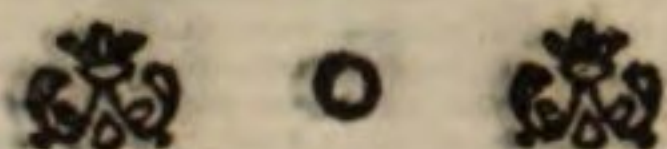
$$\text{in hanc} \quad \frac{MC - MC - 2Mc}{M+M} = \frac{MC - MC - 2Mc}{2M} = \frac{2Mc}{2M}$$

$= c$; igitur massa incurrens M post conflictum movetur celeritate massae m ante conflictum. Celeritas autem massae m tardius praecedentis post

$$\text{conflictum est} = \frac{2MC - Mc + mc}{M+m}, \text{ in hypothesis corol-}$$

$$\text{larii} = \frac{2MC - Mc + Mc}{M+M} = \frac{2MC - Mc + Mc}{2M} = \frac{2MC}{2M} = C;$$

movetur igitur massa m tardius praecedens post conflictum celeritate massae incurrentis M ; adeoque M & m post conflictum celeritates permutant; si sit $M = m$. Cujus ratio est, quia massa M sola differentia celeritatum incurrit in massam m quae relata ad eam differentiam spectari debet ut quiescens, cum ergo $M = m$, vi primae actionis dimidium differentiae seu excessus transfertur in m ; cum porro vis comprimens sit aequalis vi elasticae,



per hanc excessus dimidium alterum transfertur in m , totus igitur excessus communicatur mssae m tardius motae, cui si accedit celeritas qua m ante conflictum movebatur tota celeritas massae m est $= d + c = C$ & celeritas massae $M = C - d = c$.

COROLLARIUM IV. Si $M > m$, rursus utraque massa secundum incurrentis directionem progreditur, M tardius, m vero velocius. Nam massa incurrens M . Vi primae actionis massae tardiori m tantum de celeritatis suae excessu seu differentia communicat, ut si durae essent, utraque massa, post conflictum eadem celeritate progrediretur (*per §. 10. cap. praec.*) cum igitur sit $V = le E$ (*per coroll. 1. §. 3. cap. praes.*) vi actionis secundae massa m tantundem de excessu celeritatis massae M accipit, quantum vi actionis primae acceperat; Quoniam proinde vi actionis primae utriusque massae celeritas aequalis foret, haec vero in massa m vi actionis secundae augeatur; in massa M vero minuatur; massa ante conflictum tardius mota post conflictum movebitur celerius, M vero tardius.

COROLLARIUM V. Si $M < m$, massa celerius mota ante ictum, post ictum aliquando subsistet; aliquando juxta priorem directionem tardius progredietur; aliquando in plagam priori directioni oppositam reliliet. Nam vi primae actionis excessus velocitatis in massa M per summam massarum ita distribuitur, ac si dura forent corpora; cum igitur multiplex esse possit velocitatis relativae seu excessus & massarum proportio, fieri potest ut celeritas in M post primam actionem residua aliquan-



quando sit aequalis celeritati seu viribus massae tardiori communicatis, aliquando major, aliquando minor.

Si celeritas in massa incurrente residua est aequalis celeritati, quae massae tardiori communicata fuit, M post conflictum quiescet; quia, cum tantundem per actionem secundam amittat, quantum per primam, omni sua celeritate per reactionem vis elasticae massae m privabitur, ac proinde quiescet.

Si celeritas in massa incurrente residua major est, quam ea quae in tardiores translata est, per actionem alteram non omnis celeritas in massa M extinguatur, adeoque post conflictum tardius moveri perget.

Si denique celeritas residua in massa incurrente minor est, quam illa, quae massae m tardiori communicata fuit, haec aequali vi per vim suam elasticam reagendo non modo omnem celeritatem, quae superest in massa incurrente, extinguet, sed eandem quoque in plagam oppositam determinabit, ut resiliat. Claritatis causa sint exempla in numeris

Celeritas massae M . post conflictum

$$MC - mC + 2mc : M + m$$

$$M = m. \quad I. \quad 4.6 - 4.6 + 8.3 : 4 + 4$$

$$24 - 24 + 24 : 8 = 3$$

Celeritas massae m post conflictum.

$$2MC - Mc + mc : M + m$$

$$8.6 - 4.3 + 4.3 : 4 + 4$$

$$48 - 12 + 12 : 8 = 6.$$

F 4

Cele-



Celeritas massae M

$$MC - mC + 2mc : M + m$$

$$M > m. \text{ II. } 4.6 - 2.6 + 4.3 : 4 + 2$$

$$24 - 12 + 12 : 6 = 4.$$

Celeritas massae m

$$2MC - Mc + mc : M + m$$

$$8.6 - 4.3 + 2.3 : 4 + 2$$

$$48 - 12 + 6 : 6 = 7.$$

Celeritas massae M.

$$M < m. MC - mC + 2mc : M + m$$

$$\text{I. } 2.18 - 3.18 + 6.3 : 2 + 3$$

$$36 - 54 + 18 : 5 = 0$$

Celeritas massae m

$$2MC - Mc + mc : M + m$$

$$4.18 - 2.3 + 3.3 : 2 + 3$$

$$72 - 6 + 9 : 5 = 15$$

Celeritas massae M

$$\text{II. } MC - MC + 2mc : M + m$$

$$2.19 - 3.19 + 6.4 : 2 + 3$$

$$38 - 57 + 24 : 5 = 1$$

Celeritas massae m

$$2MC - Mc + mc : M + m$$

$$4.19 - 2.4 + 3 + 4 : 2 + 3$$

$$76 - 8 + 12 : 5 = 16$$

Cele-

Celeritas massae M.

$$\text{III. } MC - mC + 2mc : M + m$$

$$2. 17 - 3. 17 + 6. 2 : 2 + 3$$

$$34 - 51 + 12 : 5 = -1$$

Celeritas massae m

$$2MC - Mc + mc : M + m$$

$$4. 17 - 2. 2 + 3. 2 : 2 + 3$$

$$68 - 4 + 6 : 5 = 14$$

§. XI.

PROBLEMA III. *Determinare quantitatem motus post incursum.*

RESOLUTIO. Ut inveniantur quantitates motus singularum massarum, singulae ducantur in suam a conflictu celeritatem; producta singularum sibi addita dabunt summam massarum; unde quantitas massae incurrentis post incursum erit = M.

$$\frac{MC - mC + 2mc}{M + m} = \frac{MMC - MmC + 2Mmc}{M + m} \text{ (alg. §. 53.)}$$

massae ante incursum tardius praecedentis = m.

$$\frac{2MC - Mc + mc}{M + m} = \frac{2MmC - Mmc + mmc}{M + m}, \text{ adeoque}$$

summa quantitatum motus = $\frac{MMC - MmC + 2Mmc + 2MmC - Mmc + mmc}{M + m}$ (algeb. §. cit.) = $MC + mc$, uti patebit si juxta modum in arithmetica usitatum divisio reapse peragatur.

COROLLARIUM. Est igitur quantitas motus ante & post incursum eadem.



SCHOLION. Si corpora non elastica sint, in reperienda communi quantitate motus compendio uti licet, omisso enim in formula, quae celeritatem communem exprimit, denominatore, numerator exhibet quantitatem motus post conflictum: sic in impactu celeritas communis est $= \frac{MC}{M+m}$, quanti-

tas motus $= MC$; in incurfu est celeritas $= \frac{MC+mc}{M+m}$,

quantitas motus $= MC+mc$; denique in occurfu est celeritas $= \frac{MC-mc}{M+m}$, mensura motus $= MC-mc$.

In corporibus vero elasticis compendiaria isthaec operatio locum non habet, quia in his non datur communis celeritas, cum post conflictum a se recedant; (*per schol. 2. §. 2. cap. praes.*) singulae proinde massae in celeritates sibi proprias ducendae sunt.

§. XII.

Occursus
elast.

THEOREMA VI. Si duo corpora elastica M & m sibi mutuo occurrunt fortius M agit elatere suo in debilius m , ac si summa celeritatum quae est ante conflictum, in m quiescens incurreret; & eodem modo vi sua elastica reagit m in M . DEMONSTRATUR: Si corpora non forent elastica sibique occurrerent, idem foret ac si M in m quiescens summa celeritatum incurreret: est enim hoc in casu celeritas communis post ictum

ictum $= \frac{MC - mc}{M + m}$ (§. 14. c. 1. p. II.) adeoque

quantitas motus fortioris M post ictum
 $= M \cdot \frac{MC - mc}{M + m} = \frac{MMC - Mmc}{M + m}$; proinde quan-

titas motus ab M amissa $= MC - \frac{MMC - Mmc}{M + m}$

$= \frac{MMC + M_m C - MMC + Mmc}{M + m} = \frac{MmC + Mmc}{M + m} =$

$\left(\frac{C + c}{M + m}\right) Mm$. Sed si M celeritate $C + c$

incurrit in m quiescens eadem est quan-
 titas motus ab m amissa; est enim in hy-
 pothesi m quiescentis communis post ictum

celeritas $= \frac{MC + Mc}{M + m}$ (§. 10. c. 1. p. II.) ergo

quantitas motus in M residua est $= M \cdot$
 $\frac{MC + Mc}{M + m} = \frac{MMC + MMc}{M + m}$; ante conflictum in

hypothesi massae M celeritate $C + c$ in-
 currentis in massam m quiescentem, est

quantitas motus massae M ante conflictum
 $= MC + Mc$; si proinde ab hac subtra-

hatur quantitas motus post conflictum re-
 sidua, innotescit quantitas motus per con-

flictum amissa $= MC + Mc - \frac{MMC - MMc}{M + m}$

$= \frac{MMC + MMc + MmC + Mmc - MMC - MMc}{M + m} =$

MmC



$$\frac{MmC + Mmc}{M + m} = (C + c) Mm. \quad \text{In utroque}$$

igitur casu eadem motus quantitas amittitur a massa M ; ergo idem est ac si massa M celeritate $C + c$ incurrat in massam m quiescentem; Est autem (*per coroll. 1. §. 3. cap. praes.*) $V = e$; ergo idem est in occursum elasticorum, ac si M viribus $V + e$ aut celeritate $C + c$ incurreret in m quiescens.

SCHOLION. Sicuti poni potest massam M celeritate $C + c$ incurrere in massam m quiescentem, ita pariter massa M potest considerari ut quiescens, si ponatur massa m celeritate $C + c$ incurrere in massam M , si enim celeritas massae M concipitur esse in massa m , M nulla gaudere celeritate concipitur, adeoque recte spectatur ut quiescens, id vero fieri posse constat (*ex schol. 2. §. 10. cap. 3. p. I.*)

COROLLARIUM I. Erit igitur celeritas massae m per elaterium acquisita $= M \left(\frac{C + c}{M + m} \right) = \frac{MC + Mc}{M + m}$.

Est enim (*per theorem. praes.*) perinde ac si M in m quiescens incurreret celeritate $C + c$; ergo (*per theorem. 4. §. 13. p. II.*) est $M + m : M = C + c : x = \frac{MC + Mc}{M + m}$ ergo.

COROLLARIUM II. Et quoniam (*per schol. praeced.*) etiam M spectari potest ut quiescens; erit celeritas a massa m per elaterem acquisita $= m$



$$= m \left(\frac{C+c}{M+m} \right) = \frac{mC+mc}{M+m}; \text{ erit igitur (per §. 13. cit.)}$$

$$M+m : m = C+c : x = \frac{mC+mc}{M+m}.$$

COROLLARIUM III. Unde tota celeritas massae Celeritas
massae m.
m post conflictum erit $= \frac{2MC+Mc-mc}{M+m}$ Nam cum

facta percussione corpus debilius m celeritate ex solo ictu acquisita movetur secundum directionem fortioris, & secundum eandem directionem propellitur a vi elastica corporis M agente in m; celeritas tam ab ictu, quam ab elatere acquisita ipsi m ceu quiescenti in unam summam addendae sunt;

$$\text{est vero celeritas ab ictu acquisita} = \frac{MC-mc}{M+m} \text{ \&}$$

$$\text{celeritas ab elatere acquisita} = \frac{MC+Mc}{M+m} \text{ erit igitur}$$

$$\text{tota celeritas massae m post conflictum} = \frac{MC-mc}{M+m}$$

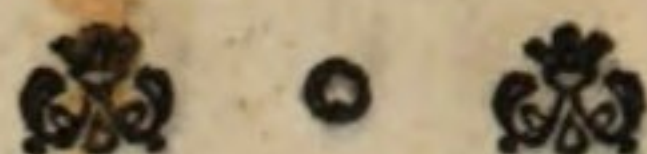
$$+ \frac{MC+Mc}{M+m} = \frac{2MC+Mc-mc}{M+m}. \text{ Et quantitas motus}$$

$$= \frac{2MC+Mc-mc}{M+m}. m.$$

COROLLARIUM IV. Tota vero celeritas mas- Celeritas
massae M.
sae M post conflictum erit $= \frac{MC-mC-2mc}{M+m}$. Cor-

pus enim fortius M spectatum ceu quiescens mo-
veri quidem pergeret celeritate communi $\frac{MC-mc}{M+m}$

post ictum relictæ (§. 14. cap. 1. p. II.) sed quia a vi elastica massae m determinatur in partem priori directioni,



ctioni, juxta quam celeritate $\frac{MC - mc}{M + m}$ pergeret, oppositam; a celeritate isthac communi subtrahenda est celeritas per elaterem acquisita; erit proinde tota ejus celeritas $= \frac{MC - mc}{M + m}$ $\left(\frac{mC + mc}{M + m} \right) = \frac{MC - mc}{M + m} - \frac{mC - mc}{M + m} = \frac{MC - mC - 2mc}{M + m}$ & quantitas motus $= \frac{MC - mC - 2mc}{M + m} \cdot M.$

§. XIII.

PROBLEMA I. *Invenire celeritatem subtrahendam a celeritate massae M ante conflictum, ut habeatur ejus celeritas post conflictum.*

RESOLUTIO. Celeritas subtrahenda dicatur E. g. x, & fiat haec proportio $M + m : 2m = C + c : x$ erit $Mx + mx = 2mC + 2mc$; ergo $x = \frac{2mC + 2mc}{M + m}$ est autem celeritas massae M ante conflictum $= C$ erit igitur ejus celeritas post conflictum $= C - \left(\frac{2mC + 2mc}{M + m} \right) = C - \frac{2mC - 2mc}{M + m} = \frac{MC + mC - 2mC - 2mc}{M + m} = \frac{MC - mC - 2mc}{M + m}$; quae est eadem celeritas cum illa, quae §. praecedente inventa est; quare $\frac{2mC + 2mc}{M + m}$ est celeritas subtrahenda a celeritate massae M ante conflictum, ut inveniatur celeritas post conflictum. Q. e. i.

§. XIV.

PROBLEMA II. *Invenire celeritatem, a qua subtrahenda est celeritas corporis m ante*
te

te conflictum, ut inveniatur celeritas ejusdem post conflictum.

RESOLUTIO. Celeritas a qua subtrahenda est celeritas ante conflictum dicatur y , fiatque proportio: $M + m : 2M = C + c : y$; erit $My + my = 2MC + 2Mc$; est vero $\frac{My + my}{M + m} = y$ ergo $\frac{2MC + 2Mc}{M + m} = y$. ab hac celeritate si subtrahatur celeritas massae m ante conflictum, fiet $\frac{2MC + 2Mc}{M + m} - c = \frac{2MC + 2Mc - Mc - mc}{M + m} = \frac{2MC + Mc - mc}{M + m}$ aequalis celeritati m post conflictum, uti constat (ex coroll. §. 12. cap. praes.)

§. XV.

THEOREMA VII. Si in occurſu elasticorum est $M = m$ & $C = c$, ambo globi post conflictum eadem celeritate resiliunt. DEMONSTRATUR: In hypothese est $MC = mc$ ergo si celeritates post conflictum vocentur V & v erit $V = -C$ & $v = c$.

Est enim $V = \frac{MC - mC - 2mc}{M + m}$ (per §. 13. cap. praes.) ergo in ultimo numeratoris membro loco $2mc$ substituendo $2MC$ (per ax. 4.) erit $V = \frac{MC - mC - 2MC}{M + m} = \frac{MC - mC}{M + m} = -C$ (algeb. §. 30.) quae celeritas cum sit quantitas negativa globus

M

M per eam in partem priori directioni oppositam repellitur eadem, qua prius movebatur celeritate, adeoque eadem celeritate resilit. v vero (ex §. praeced.) est = $\frac{2MC + Mc - mc}{M + m}$ ergo loco 2MC substituendo

$$2mc, \text{ erit } v = \frac{2mc + Mc - mc}{M + m} = \frac{Mc + mc}{M + m} = c$$

(§. cit. algeb.) Nam massae m celeritate omni extincta vi actionis primae, qua secundum directionem massae M impellitur, vi actionis secundae aequalem determinationem accipit secundum eandem directionem massae M ante conflictum; ergo cum directio massae M sit directioni ipsius m contraria, massa m debet resilire, & in hypothesis eadem qua prius movebatur celeritate.

SCHOLION. Idem theorema locum habet si massae corporum sibi occurrentium sint in ratione reciproca celeritatum ante conflictum; cum enim eo in casu sit $M : m = c : C$, erit $MC = mc$; habetur proinde prior casus.

§. XVI.

THEOREMA VIII. Si corporum occurrentium massae aequales, celeritates vero inaequales sint, post conflictum permutatis celeritatibus resiliunt. DEMONSTRATUR: Celeritas massae M post conflictum est = $V =$

$V = MC - mC - 2mc$; (*per* §. 13. *cap. praes.*) ergo si $M = m$ (*per* *axiom.* 4.)

prior formula transibit in hanc $\frac{mC - mC - 2mc}{M + m}$

$$= \frac{mC - mC - 2mc}{2m} = - \frac{2mc}{2m} = -c; \text{ ergo } V$$

$= -c$; ergo M post conflictum resilit celeritate massae m ante conflictum. 2do In eadem hypothesei celeritas massae m post conflictum erit $= C$ celeritati massae M ante conflictum: est enim celeritas massae

$$m \text{ post conflictum} = v = \frac{2MC + Mc - mc}{M + m} =$$

$$\frac{2MC + Mc - Mc}{M + M} = \frac{2MC}{2M} = C \text{ ergo massa } m$$

post conflictum movetur celeritate massae M ante conflictum, & quia etiam movetur directione massae M ante conflictum (*per* §. 12. *cor.* 3.) resilit celeritate massae M ante conflictum; ergo si massae corporum occurrentium sint aequales, celeritates inaequales post conflictum permutatis celeritatibus resiliunt. Q. e. d.

COROLLARIUM Eaedem massae hoc ipso quod permutatis celeritatibus resiliant, ob $M = m$ etiam motus quantitates permutant; ante conflictum enim erat quantitas motus massae $M = MC$ & quantitas motus massae $m = mc$ post conflictum quantitas motus massae M est $= Mc = mc$; quantitas motus massae m post conflictum est $= mC = MC$, ergo si $M = m$; in occurfu etiam motus quantitates permutantur.

§. XVII.

THEOREMA IX. *Si corporum occurrentium celeritates aequales, massae autem inaequales sint; minus semper resiliet. DEMONSTRATUR:* Celeritas massae minoris m

post conflictum elasticum est $\frac{2MC + Mc - mc}{M + m}$

in hyp. = $\frac{2MC + MC - mC}{M + m} = \frac{3MC - mC}{M + m}$ ergo

cum sit $M > m$ erit etiam $3MC > mC$; sed $3MC$ exprimit vires quibus m determinatur juxta directionem massae M fortioris, mC exprimit vires huic directioni obfistentes; ergo vires massam m determinantes juxta directionem massae M , adeoque determinantes massam m ad resiliendum praevalent; ergo massa minor semper resiliet. Q. e. d.

COROLLARIUM I. *In eadem hyp. corpus majus aliquando quiescet, aliquando secundum priorem directionem progredietur, aliquando post ictum resiliet. DEMONSTRATUR:* celeritas corporis ma-

joris M post ictum est = $\frac{MC - mC - 2mc}{M + m}$ quae formu-

la in hypothese quod sit $C = c$, aequivalet huic $\frac{MC - mC - 2mC}{M + m} = \frac{MC - 3mC}{M + m}$; potest autem esse MC

= $3mC$ vel $MC > 3mC$ vel $MC < 3mC$; in primo casu M quiescet, in 2do progredietur, in 3tio resiliet; ergo si corporum occurrentium celeritates
aqua-

aequales, massae inaequales sint aliquando quiescet corpus majus, aliquando progredietur, aliquando resiliet. Q. e. d.

COROLLARIUM II. Si massae & celeritates inaequales sint, pariter fieri potest, ut massa M post ictum vel quiescat, vel juxta priorem directionem progrediatur, vel resiliat.

SCHOLION. Si haecenus dicta in numeris explorare libeat, fervire poterunt subjecta exempla ad formulas generales in casibus particularibus applicata. Sit igitur I. *Celeritas massae M*; quando $M = m$ & $C = c$

$$\begin{aligned} MC - mC - 2mc &: M + m \\ 2 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 4 \cdot 4 &: 2 + 2 \\ = mC - mC - 2mC &: m + m \\ \frac{8 - 8 - 16}{2m} &= \frac{16}{4} = 4 \end{aligned}$$

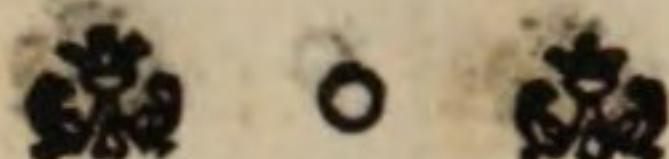
Celeritas massae m

$$\begin{aligned} 2MC + Mc - mc &: M + m \\ 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4 - 2 \cdot 4 &: 2 + 2 \\ = 2MC + MC - MC &: M + M \\ \frac{16 + 8 - 8}{2M} &= \frac{16}{4} = 4 \end{aligned}$$

Celeritas M, quando massae & celeritates reciprocant.

$$\begin{aligned} MC - mC - 2mc &: M + m \\ 4 \cdot 6 - 3 \cdot 6 - 6 \cdot 8 &: 4 + 3 \\ = 24 - 18 - 48 &: 7 \\ = 24 - 66 = -42 &: 7 = -6 \end{aligned}$$

Cele



Celeritas massae m in eadem hypothese

$$2MC + Mc - mc : M + m$$

$$48 + 32 - 24 : 7$$

$$= 80 - 24 = 56 : 7 = 8.$$

Si massae aequales, celeritates vero inaequales,
erit celeritas massae M

$$MC - mC - 2mc : M + m$$

$$4 \cdot 6 - 4 \cdot 6 - 3 \cdot 8 : 4 + 4$$

$$= 24 - 24 - 24 : 8$$

$$= -24 : 8 = -3$$

Celeritas massae m

$$2MC + Mc - mc : M + m$$

$$48 + 12 - 12 : 8$$

$$= 48 : 8 = 6.$$

Si celeritates aequales, massae autem inaequales
sint, e. g. $M = 6$, $m = 2$ & tam C quam c = 6;
M post conflictum quiescet: est enim

$$MC - mC - 2mc : M + m$$

$$= MC - mC - 2mC : M + m$$

$$= 36 - 12 - 24 : 8,$$

$$= 36 - 36 = 0 : 8 = 0$$

m vero in eadem hypothese resiliet celeritate = 12;
cum sit

$$2MC + Mc - mc : M + m$$

$$= 2MC + MC - mC : M + m$$

$$= 72 + 36 - 12 : 8$$

$$= 108 - 12 = 96 : 8 = 12.$$

Sit pro confirmatione partis 2dae (cor. 1. §. praes.)
 $M = 5$; $m = 1$; $C = 6$; $c = 6$. M post idum progre-
diatur juxta priorem directionem celeritate = 2,
est nimirum

MC



$$\begin{aligned}
 MC - mC - 2mC &: M + m \\
 = 30 - 6 - 12 &: 6 \\
 = 30 - 18 = 12 &: 6 = 2.
 \end{aligned}$$

m vero resiliet celeritate $= 14$; cum sit

$$\begin{aligned}
 2MC + MC - mC &: M + m \\
 = 60 + 30 - 6 &: 6 \\
 = 90 - 6 = 84 &: 6 = 14.
 \end{aligned}$$

Ad illustrandam partis tertiae coroll. cit. veritatem sit $M = 5$ $m = 3$; celeritas utriusque $= 4$; resiliet M celeritate $= 2$; est quippe

$$\begin{aligned}
 MC - mC - 2mC &: M + m \\
 = 20 - 12 - 24 &: 8 \\
 = 20 - 36 = -16 &: 8 = -2
 \end{aligned}$$

massa igitur m resiliet celeritate $= 6$, quia est

$$\begin{aligned}
 2MC + MC - mC &: M + m \\
 = 40 + 20 - 12 &: 8 \\
 = 60 - 12 = 48 &: 8 = 6.
 \end{aligned}$$

§. XVIII.

THEOREMA X. *In conflictu elasticorum summa productorum ex massis in quadrata celeritatum ante & post conflictum est eadem.*

DEMONSTRATUR: Tam in impactu, quam in incurso & occurso subsistit veritas theorematis; id quod ab inductione patebit examinanti. Ergo.

SCHOLION. Ad impactum quod attinet, summa productorum ex massis in quadrata celeritatum ante conflictum est $= MC^2$; est enim in hoc casu $c = 0$; ergo $c^2 = 0$; ergo $mc^2 = 0$; ergo summa productorum ex massis in quadrata celeritatum ante impactum $= MC^2$; sed hæc eadem est post impactum; ergo &c. est enim. Cele-



Celeritas massae M.

$$= MC - mC : M + m. \S. 5. theor. 3. cap. 2. p. 2.$$

Ejusdem celeritatis quadratum

$$\begin{aligned} &= MC - mC.MC - mC : (M + m)^2 \\ &= M^2C^2 - MmC^2 - MmC^2 + m^2C^2 : (M + m)^2 \\ &= M^2C^2 - 2MmC^2 + m^2C^2 : M^2 + Mm + Mm + m^2 \\ &= M^2C^2 - 2MmC^2 + m^2C^2 : M^2 + 2Mm + m^2 \end{aligned}$$

Factum ex massa in quadratum celeritatis

$$\begin{aligned} &= \frac{M^2C^2 - 2MmC^2 + m^2C^2}{M^2 + 2Mm + m^2} (M) \\ &= M^3C^2 + 2M^2mC^2 + Mm^2C^2 : M^2 + 2Mm + m^2 \end{aligned}$$

Celeritas massae m.

$$= 2MC : M + m$$

Celeritas ejus quadrata

$$\begin{aligned} &= 2MC . 2MC : M + m . M + m \\ &= 4M^2C^2 : M^2 + 2Mm + m^2 \end{aligned}$$

Factum ex massa in quadratum celeritatis

$$\begin{aligned} &= \frac{4M^2C^2}{M^2 + 2Mm + m^2} m \\ &= 4M^2mC^2 : M^2 + 2Mm + m^2 \end{aligned}$$

Summa factorum

$$\begin{aligned} &= \frac{M^3C^2 - 2M^2mC^2 + Mm^2C^2 + 4M^2mC^2}{M^2 + 2Mm + m^2} \\ &= \frac{M^3C^2 + 2M^2mC^2 + Mm^2C^2}{M^2 + 2Mm + m^2} = MC^2. Q.e.d. \end{aligned}$$

Id ipsum eodem modo reperies in aliis casibus.

SCHOLION I. Theorema hoc a cl. HUGENIO inventum est, cujus similem nostrae demonstrationem vide in P. BOSCOVICH *theor. p. II. n. 275.*

SCHO-

SCHOLIUM II. Restat ut ad objecta quaedam, quae cum hactenus dictis pugnare videntur, respondeamus, quorum I. est: Quomodo possit dari conflictus corporum sine eorundem contactu? II. In occurfu non elasticorum si est $MC = mc$ datur quies: cur non etiam in elasticis? III. Globus elasticus ex obice immobili eadem, qua incurrebat celeritate refilit, ex mobili non item. IV. In ludo tudiculari globus elasticus impingens in quiescentem ejusdem diametri, post ictum motum passim continuat, quod est contra (*cor. 1. §. 6. praes. cap.*) V. juxta NEUTONUM corpora, quae ad elastica proxime accedunt, uti globi vitrei aequales post occursum non reflectuntur eadem celeritate, qua collidebantur, ita quidem, ut defectus celeritatis reflexae sensibilis sit ac notabilis. VI. Juxta CORSIUM si duo corpora aequalia celeritate inaequali sibi mutuo occurrunt, quod velocius movetur, dimidium excessus suae velocitatis transfert in corpus tardius, ut deinceps pari velocitate secundum fortioris directionem ferantur; ergo non subsistit *theoremata 8. §. 16. cap. praes.*

RESOLUTIO Ad I. Per vires corporum in aliqua distantia agentes.

Ad II. In elasticis, viribus directis & oppositis ob aequalitatem actionum elisis, datur vis corpora urgens in partes, illis, ex quibus venerunt oppositas, nimirum vis utriusque corporis elastica vi comprimendi aequalis.

Ad III. Immobilis vim omnem directam elidit, mobilis non item; cum ergo vis elastica comprimendi aequalis sit patet, cur in primo, non vero in



2do casu globus elasticus eadem celeritate resiliat, qua incurrebat.

Ad. IV. In ludo tudiculari globus duplicis generis motu fertur, altero lationis, qui juxta citatum corollarium eliditur, altero circulari circa proprium axem efformando circulos parallelos; hac igitur rotatione fit, ut globus post conflictum aliquantum progrediatur. Nec obest, quod progressus globi praeter motum rotationis etiam lationis motum involvat, is enim non ex eo est, quod non omnis lationis motus per vim elasticam globi quiescentis extinguatur, sed ex resistantia plani in quo rotatio peragitur; finge enim globum rotari in vacuo aut etiam libero aere, rotabitur sine motu translationis; at vero dum in plano rotatur, illud velut a se repellit, & ab eodem in partem oppositam tamdiu repellitur, donec per frictionem & motus rotationis & proveniens ex rotatione motus lationis omnis extinguatur.

Ad V. Defectuum istorum ratio ex accidente petenda est; neque enim invenies corpus quod omni elaterio careat, neque hoc in elasticis perfectum datur, qua utraque conditione dempta calculus aberret necesse est. Accedit aeris resistentia, superficierum inaequalitas, figura corporum inepta &c., quibus motum aut impediri, aut variari liquet. Adde tremorem partium, quem ex conflictu oriri, sonus manifestat.

Ad VI. Quam hic pro elasticis legem ponit laudatus philosophus, nec ratione, nec experimentis stabilit.

CAPUT III.

CAPUT III.

De confictu cum plano immobili.

§. I. DEFINITIO I.

Planum seu superficies plana dicitur, ex
cujus quolibet puncto ad quodlibet
aliud ejus punctum recta duci potest in
eadem superficie, ita scilicet ut singula
rectarum hujusmodi puncta in ipsa super-
ficie sint sita. P. STEINMEYER S. J.
in epit. elem. geom. n. 38.

SCHOLION. Equidem non datur in natura pla-
num, cui descriptio ista in rigore conveniat, cum
nulla detur sine scabritie superficies; quia tamen
dantur plana ejusmodi, in quibus, si ducantur li-
neae, omnia earum puncta in eadem ad sensum
recta jaceant, memorata plani mathematici de-
scriptio etiam plano physico applicari potest.

§. II.

DEFINITIO II. Mobile in planum ad
perpendicularum incidit, cum anguli, quos
directio mobilis cum plano efficit, utrinque
recti sunt, adeoque 90° , oblique, si alter
horum angulorum acutus seu recto minor,
alter obtusus, h. e. recto major est, aut si
directio mobilis cum plano angulos utrin-
que obliquos facit.

Collisio
perpendicu-
laris & obli-
qua.



§. III.

Angulus incidentiae & reflexionis.

DEFINITIO III. Cum mobile oblique in planum impingit *Angulus incidentiae* dicitur, quem facit directio mobilis cum perpendiculo, quod ducitur ad superficiem corporis impulsu in eo puncto, in quo fit conflictio. *Angulus reflexionis* ille est, quem cum eodem perpendiculo efficit directio mobilis post conflictum resiliens. P. MAKO S. J. *phys. gen. n. 52.*

§. IV.

Angulus inclinationis.

DEFINITIO IV. *Angulus inclinationis* (quem alii cum cl. FORTUNATO A BRIXIA *Phys. gen. n. 280.* ab angulo incidentiae non distinguunt) est quem directio mobilis ante conflictum efficit cum plano in quod impingit.

SCHOLION. Sit in autore nostro classico P. BRWALD *fig. 32. tab. 4. Phys. gen.* directio mobilis P ante conflictum linea PF, punctum in quo fit conflictio, F, perpendiculum ex puncto F ad planum AB erectum linea EF; erit angulus incidentiae CFE, angulus reflexionis EFD, angulus inclinationis CFA.

§. V.

Lex universalis conflictionis obliquae.

THEOREMA I. Conflictiones obliquae ad directas reductae, harum legibus diriguntur. DEMONSTRATUR: Resolvatur vis per

per lineam CF expressa in vires componentes CE & EF, quoniam vis CE est plano parallela, eidem non opponitur, manet igitur integra, EF plano directe opponitur, tota igitur destruitur, sicut destruetur, si mobile hac vi & hac directione in planum immobile impingeret, uti inferius demonstrabitur; idem ergo est ac si mobile P vi CE incurreret directe in planum AB. omnia igitur evenient, quae de percussionibus directis haftenus demonstrata sunt, ergo collisiones obliquae ad directas reductae &c. Q. e. d.

COROLLARIUM. Igitur obex AB hoc casu in puncto F percutietur eo modo, quo percuteretur si idem mobile P celeritate $\equiv$ li EF vel CA directe in obicem istum incurreret.

§. VI.

THEOREMA II. Ictus perpendicularis est ad obliquum, ut sinus totus seu radius ad sinum anguli incidentiae CFE. *fig.* Ratio ictus perpendicularis ad obliquum.
eadem. DEMONSTRATUR: Vis CE manet, vis EF = CA tota destruitur: sed magnitudo ictus est uti quantitas motus per ictum amissa, haec autem si corpus est idem, est uti celeritas; celeritates exprimuntur per lineas CF, CA, CE quae lineae celeritates exprimunt. Est ergo celeritas mobilis per CF ad celeritatem ejusdem per CA
sicuti



sicuti CF ad CA. enim vero dum P oblique incidit per CF, destruitur duntaxat celeritas CA obici immobili opposita & manet CE (*per theorema. praeced.*) si vero mobile P in obicem AB celeritate CF h. e. CA + CE ad perpendicularum incurreret, tota destrueretur ut CF; est ergo ictus perpendicularis ad obliquum ut CF ad CA; sed si CF sumitur pro radio vel sinu toto, CA est sinus anguli CFA (*ex trigonom.*) est; igitur ictus perpendicularis ad obliquum, ut sinus totus ad sinum anguli incidentiae CFA. Q. e. d.

COROLLARIUM. Ergo etiam dato ictu obliquo, trigonometrice inveniri potest ictus rectus.

§. VII.

Impactus
perpendicu-
laris globi
duri in pla-
num du-
rum.

THEOREMA III. Si globus non elasticus directione perpendiculari impingit in planum immobile pariter non elasticum, post impactum quiescit. DEMONSTRATUR: In hypothese planum est instar massae quiescentis infinite magnae; ergo ejus resistentia omnem massae impingentis celeritatem elidit; adeoque non potest progredi; sed nec resilire potest, cum nihil praesto sit, quod eam ad regressum determinet; ergo quiescet Q. e. d.

COROL.

COROLLARIUM. Manifestum igitur est reflexionem sine elasticitate non haberi; adeoque, illam, sicubi habetur, ab hac esse repetendam.

§. VIII.

THEOREMA IV. *Si globus perfecte durus perpendiculariter impingat in planum perfecte elasticum ac immobile; eadem, qua advenerat celeritate eademque via resiliet.* **DEMONSTRATUR:** Omnis globi impingentis celeritas per resistantiam plani immobilis extinguitur; deberet ergo quiescere: cum vero planum sit elasticum & vis elastica plani sese a compressione restituentis aequalis vi, qua compressum fuit; massa impingens accipit determinationem in partem priori directioni oppositam & aequalem illi, qua impingebat; eadem igitur celeritate ac via resilit, qua advenerat. Q. e. d.

Globi duri
in planum
elasticum.

COROLLARIUM. Idem effectus erit, si globus perfecte elasticus perpendiculariter incidat in planum perfecte durum; globus enim ejusmodi in recuperanda figura per compressionem amissa tantum acquirit velocitatis, quantum perdiderat in amittenda, sive cum impingeret in planum immobile; hanc vere cum exerere non possit juxta priorem directionem progrediendo ob planum resistens; eadem in partem oppositam reflectitur.

§. IX.

§. IX.

Impactus
obliquus
globi perfe-
cte duri in
planum per-
fecte durum.

THEOREMA V. *Si globus perfecte durus in planum perfecte durum oblique impingit; post impactum pergit moveri parallele ad planum.* **DEMONSTRATUR:** Sit mobile in C constitutum (*fig. 27. Phys. gen. P. BIWALD*) feraturque versus planum ADB, directione CD, concipi potest urgeri a duabus viribus AC, CE conspirantibus, altera quidem CA ad planum perpendiculari, altera $CE = AD$ eidem plano ADB parallela; cum porro mobile planum contingit, per hujus reactionem vis perpendicularis, utpote plano immobili directe opposita, eliditur (*per theorem. I. cap. praes.*) vis autem $CE = AD$ plano parallela, quia opposita non est, obstaculum non reperit, tota igitur perseverat; adeoque transfert corpus juxta directionem DB. parallele ad $CE = AD$. Q. e. d.

COROLLARIUM. Quoniam percussio plani respondet vi perpendiculari, haec vero eo minor est, quo major fuerit obliquitas; eo minor erit percussio, adeoque & effectus percussiois; quo major fuerit globi impingentis obliquitas. Inde est, cur Balistae in obsidionibus curent, ut directio globorum ad planum moenium convellendorum, quam fieri potest minime obliqua sit: hinc etiam naves, ut minorem in aquis sulcandis resistantiam experiantur, ita construuntur, ut prorae in acumen

men definant. Eaedem velocius promoventur (caeteris paribus) si ventus ad perpendicularum vela a pupi inflet: ex eadem ratione intensitas radiorum solis aestivo tempore major est. Torrentes item & flumina in muros civitatis debilius agunt, quo magis oblique in eosdem incurrunt: eo porro melior semper & utilior est machina, cujus potentia agens perpendiculariter applicata est &c.

§. X.

THEOREMA VI. Si globus perfecte elasticus oblique incidat in planum seu durum seu elasticum, aut globus durus in planum perfecte elasticum, ita resiliet, ut angulus reflexionis aequalis sit angulo incidentiae. **DEMONSTRATUR:** Constat per demonstrata (§. 6. theor. 2. cap. praes.) vim per CF (fig. ibid. cit.) aequipollere viribus CE & CA, in percussione autem duntaxat consumi vim per CA expressam, & remanere vim $CE = AF = FB$; quare cum per vim elasticam recuperetur quoque vis $CA = EF$, corpus post ictum urgetur viribus EF & FB; describet ergo eodem tempore, eademque vi motu composito diagonalem FD, quo ante descripserat diagonalem CF uti ex physica generali constat; erit ergo $DF = CF$, $EF = CA$, $ED = FB$; omnes enim eodem tempore eademque vi describuntur h. e. DF eodem tempore

Angulus reflex. = is angulo incident.

Commissio perpendicularis & c.



pore ac vi, quo tempore & vi CF, EF eodem tempore ac vi quo, tempore ac vi CA &c. Igitur $\triangle CFE = \triangle EFD$. est porro triangulum CFD isoscelicum ob CF = FD, ergo angulus FCD = FDC, sunt rursus; anguli ad E recti quia EF est perpendicularis ex hypoth. ergo in triangulis CEF & EDF sunt duo anguli mutuo aequales; ergo etiam tertius est aequalis tertio; ergo CFE = EFD; sed angulus CFE est angulus incidentiae, EFD angulus reflexionis; ergo angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis. Q. e. d.

COROLLARIUM. Erit igitur etiam angulus inclinationis CFA = DFB; est enim CFA + CFE = 90° , & pariter DFB + DFE = 90° est vero CFE = EFD ex demonstratis (*per axiom. 6. coroll.*) aequalia ab aequalibus auferendo, erit CFA = DFB. Similiter in triangulis CFA & DFB anguli ad C & D aequales erunt.

§. XI.

THEOREMA VII. Si globus perfecte elasticus ad perpendicularum incidat in planum immobile itidem elasticum, eadem, qua incidit, celeritate viaque resilit. DEMONSTRATUR: Si & globus & planum essent perfecte dura, globus impingens post conflictum quiesceret (*per theor. 3. §. 7. cap. praes.*) cum vero elasticum sit, & vis elastica

Conflictio
perpendicu-
laris & ela-
stica.



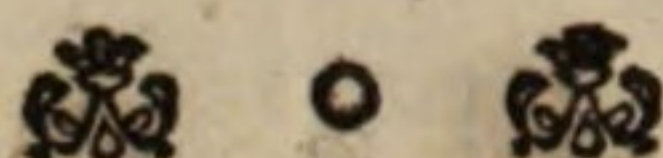
stica vi comprimenti aequalis (*per* §. 3. *theor.* 1. *cap.* 2. *p.* II.) priore celeritate, qua advenerat, extincta, tantum celeritatis accipit in partem oppositam, adeoque eadem celeritate resilit qua advenerat, cumque vis elastica plani proinde & restitutio plani directe opponatur directioni globi impingentis, eadem quoque via resiliet. Q. e. d.

COROLLARIUM I. Etiam quando alterutrum corpus, seu planum est perfecte elasticum, etsi alterum durum sit, globus tamen post impactum eadem via ac celeritate resilit (*per theorem.* 4. *cap. praes.*) idem proinde post impactum in planum immobile effectus est, sive unum, sive utrumque corpus sit perfecte elasticum.

COROLLARIUM II. Igitur si globus perfecte elasticus in planum perfecte elasticum ac immobile oblique incidat, ita resiliet, ut angulus incidentiae angulo reflexionis aequalis sit.

SCHOLION. Utriusque corollarii ratio est; si globus elasticus impingit in planum durum per impactum comprimitur, partesque compressae plano immobili apprimuntur, dum igitur post compressionem partes amissam figuram recuperant, vis illa ob resistantiam plani immobilis in partem oppositam exeritur; si vero planum elasticum est, & globus durus, per se patet, quod planum vi sua elastica globum in plagam priori directioni oppositam repellat. Si denique utrumque corpus perfecte elasticum est, planum elasticum percussione globi elastici compri-

H mitur



mitur; huic vero sui compressioni constanter resistit, quare motus ac celeritas mobilis sensim languescit ac denique penitus extinguitur; hoc vero extincto partes compressae figuram priorem resumunt, motu accelerato eosdem celeritatis gradus subeundo, ac prius motu retardato fuerunt compressae; id vero fieri non posset, nisi mobile eandem viam eadem celeritate relegeret, qua advenerat; ergo.

§. XII.

Conflictio
imperfecte
elastica.

THEOREMA VIII. Si mobile durum incidat in planum imperfecte elasticum, angulus reflexionis non aequabitur perfecte angulo incidentiae. **DEMONSTRATUR:** Vis $CE = FB$ in hypothesis manet integra, utpote plano non opposita, vis $CA = EF$ non tota recuperatur sed solum pars illius, cum igitur mobile per vires componentes describat diagonalem, fieri non potest ut angulus reflexionis adaequet angulum incidentiae. Q. e. d.

SCHOLION. Quoniam secundum theoriam Bosovichianam, quam sequimur, nulli sunt globi continui, nulla plana continua, nullus corporum attactus; haec, quae de conflictionibus corporum dicta sunt; locum ad sensum duntaxat habent: reapse enim ubi globus in planum impingit, mutatio directionis non fit in unico puncto, sed per
cur.



curvam quandam, de qua pluribus agit physica in theoria luminis; nobis hic eam solum indicasse sufficiat.

C A P U T IV.

Crisis in leges collisionis a CARTESIO traditas.

Peculiares pro corporum conflictu leges primus omnium tradidit CARTESIUS; licet vero eas parum feliciter, ingeniosis potius, quam veris argumentis probaverit; fecit tamen *errando*, ut loquitur cl. RIZZETUS, ut *errores alii vitarent*. Et sane optato evententu in id negotii operam contulerunt cl. MARIOTTE, NOLLET, DESAQUILIERS, quos alii sequuntur, qui magno instrumentorum apparatu corporum naturas rimantur, physicamque insigniter promovent. Nobis hic satis est brevem ad septem CARTESII leges crisin ex haftenus demonstratis subjicere.

§. I.

LEX I. Corpora aequalis massae & celeritatis ea oppositis partibus sibi occurrentia, ea ipsa velocitate, qua ad se accessere, resiliunt.



CRISIS. Lex ista quia universalis est, vera esse non potest; obtinet illa in perfecte elasticis uti ex (§. 15. cap. 2. p. II.) constat; in duris aut molli-
libus fallit per §. 14. coroll. 1. cap. 1. p. 2.

§. II.

LEX II. Si corpora inaequalis massae celeritate tamen aequali ex oppositis partibus sibi mutuo occurrunt, minus eadem celeritate post ictum resiliet, majus per viam primae directionis motum suum prosequetur.

CRISIS. Fallit lex tam in plane duris, quam in perfecte elasticis; in illis juxta directionem majoris cedit minus, utrumque autem movetur celeritate communi quae excessu virium per summam massarum diviso cognoscitur. Vid. p. II. cap. 1. §. 16. coroll. 2. 3 4. in elasticis corpus majus interdum motum suum prosequitur, aliquando quiescit, quandoque reflectitur, uti (§. 17. cap. 2. p. 2. coroll. 1.) demonstratum est.

§. III.

LEX III. Si massae corporum ex viis oppositis concurrentium aequales sint, velocitates vero inaequales, corpus tardius post conflictum resiliet; celerius autem juxta primam directionem insequetur celeritate aequali, dimidia nimirum celeritatis excedentis parte corpori tardiori communicata:
e. g. si celeritas globi M sit = 12, globi m
velo-

velocitas $= 4$ ac proinde excessus celeritatis in globo $M = 8$, adeoque excessus dimidium $= \frac{8}{2} = 4$. post ictum ambo corpora movebuntur directione corporis M , celeritate $= 8$.

CRISIS. Tenet haec lex in duris (§. 14. cor. 3. cap. 1. p. cit.) fallit in elasticis, quae permutatis celeritatibus resiliunt (§. 16. cap. 2. p. II.)

§. IV.

LEX IV. *Corpus directe impingens in aliud majoris massae, five corpus minoris massae incurrens in quiescens massae majoris, resilit post ictum, quin aliquid motus ei in ictu tribuat, quantacunque celeritate in illud incurrat.* Ratio juxta CARTESIIUM est, quia corpus quiescens magis resistit velocitati magnae, quam parvae pro ratione excedentis massae, quam habet corpus unum prae alio, adeoque major est vis corporis quiescentis qua resistat, quam vis mobilis qua impellat.

CRISIS. Non obtinet lex talis in non elasticis; vel enim est resistentia quiescentis major, quam vis incurrentis, vel minor vel aequalis, si $R > V$, impingens post ictum quiescit, omni quam habuit celeritate amissa, idem est si $R = V$ ex lege NEWTONI 3. Si $V > R$, ambo post ictum aequa celeritate juxta impingentis directionem progrediuntur (§. 5.c. 1. p. 2.) Nec in elasticis lex ea subsistit, quia etiam his dum quiescunt motus communicatur. Cur



vero corpus quiescens magis resistat velocitati magnae quam parvae? Esto enim dari in corpore positivam vim inertiae, qua corpus status sui mutationi resistat, quod in allata ratione poni videtur; qua siue ratione siue experientia constat celeritati majori magis a corpore solido & quiescente, quam minori resisti? Crescit equidem crescente celeritate resistantia medii, eo quod partes medii magis comprimuntur, adeoque ob maiorem densitatem magis resistunt, nec tam cito cedere ac locum facere possunt corpori majori velocitate moto, at vero corpora solida si perfecte elastica sunt, etsi vi sua elastica resistant, habent tamen suae compressionis limites, nec vis illa infinita est, aut se ipsa intendere potest, poterit igitur dari celeritas, quae resistantiam quiescentis superet; idem est in duris, cum & in his vis resistens limitata sit. Non solvitur difficultas dicendo, Deum qui juxta *CARTESIUM* solus est causa motus (quod quidem nec impugno nec probo) Deum inquam eam tulisse legem ut nec ad velocitatem maiorem nec ad minorem corpus quiescens moveatur; cum lex ista experientiae repugnet.

§. V.

LEX V. Si unum Corpus directe incurrat in aliud minoris massae & in quiete positum, ambo post ictum secundum directionem impingentis aequa celeritate moventur.

CRISIS. Verissima lex est in non elasticis uti constat (ex §. 5. cap. 1. p. II.) at in elasticis fallit; horum



horum enim quod est massae majoris; motum suum lente prosequitur, minus vero antea quiescens secundum directionem impingentis post ictum celerius movetur. (§. 6. coroll. 3. cap. 2. p. II.)

§. VI.

LEX VI. Unum corpus in aliud incurrens aequalis massae positum in quiete, istud ante se perpellit, ipsum vero post ictum reflectitur.

CRISIS. Fallit lex in duris (*per coroll. 3. §. 6. cap. 1. p. II.*) fallit quoque in elasticis, tum enim impingens post ictum quiescit, illud vero, quod ante impactum quiescebat; celeritate & directione impingentis progreditur uti (§. 5. coroll. 1. cap. 2. p. II.) demonstratum est.

§. VII.

LEX VII. Si corpus massae minoris ita insequatur majus, ad eandem partem tardius motum, ut excessus celeritatis superet excessum massae, ambo post ictum eadem celeritate moventur. Contra si excessus celeritatis minor sit excessu massae, corpus minus ea ipsa celeritate regreditur, qua corpus majus tardius motum insequabatur.

CRISIS. Pars prima tenet in non elasticis quaecumque sit celeritatum differentia (*per §. 5. theorem. 1. Cap. 1. p. II.*) fallit in perfecte elasticis



is uti constat (*ex §. 6. coroll. 1. 3. 4. theor. 4. cap. 2. p. II.*) Pars secunda omnino falsa est; nam non elastica post ictum instar unius & aequa celeritate moventur (*per §. 5. cap. 1. p. II.*) in elasticis vero corpus insequens non semper resilit, & quando resilit, non tamen eadem, qua prius movebatur celeritate resilit. Videatur (*§. 10. cor. 5. cap. 11. p. II.*) Caeterum generalis causa hallucinationis cartesianae est falsa hypothesis: *In collisione corporum nihil motus perire potest*; cujus falsitatem jam supra (*§. 16. p. II. schol.*) ostendimus. Atque his finem dissertationi physicae & philosophiae facimus: nosque primo omnium motori Deo in quo vivimus, movemur & sumus, ad quietem aeternam commendamus.

O. A. M. D. G. & B. V. M. H.



POST-



* * * * *

POSITIONES SELECTAE

EX

UNIVERSA PHILOSOPHIA.

EX ETHICA.

I. *Beatitudo hominis extra Deum frustra alia quaeritur.*

II. *Rationem voluntarii tollit vis & ignorantia antecedens, non tamen metus & concupiscentia.*

III. *Agens b. f. juxta conscientiam etsi errantem non peccat.*

IV. *Prima moralitatis norma non est natura rationalis, ut vult GROTIUS, sed lex Dei aeterna.*

V. *Datur jus naturale omnes homines aequaliter obligans.*

VI. *Jus naturae est ordinatio divina per dictamen rationis homini manifestata, qua is dirigitur ad finem suum ultimum per media necessaria, contra HOBBIUM & SPINOZAM.*

VII. *Jus naturae immutabile est, & ab homine rationis compote quoad prima & generalia principia ignorari non potest.*

*

VIII.



- VIII.** Principium cognoscendi *J. N.* intra naturam rationalem est recta constitutio & ordinatio ejusdem ad finem suum.
- IX.** Extra naturam rationalem est sapientia ac providentia Dei.
- X.** Religio naturalis praeter cultum internum etiam externum postulat.
- XI.** Duellum est *Jure naturae* prohibitum.
- XII.** Servato moderamine inculpatae tutelae licet occidere iniquum vitae aggressorem.

EX LOGICA ET METAPHYSICA.

- I.** Quid sit idea, quae illius genesis ac divisio: quae media tollendae circa ideas obscuritatis *D.* Defendens interrogatus edisseret & explicabit.
- II.** Regulae suppositionum, contradictoriarum &c. subsistunt.
- III.** Regulae syllogismorum & verae, & ad altiores etiam scientias utiles sunt.
- IV.** Ad veritatem propositionis copulativae requiritur veritas utriusque membri, ad veritatem disjunctivae sufficit veritas membri unius.
- V.** Evidentia, sensus intimus & communis pariunt certitudinem metaphysicam.
- VI.** Existentia corporum tam determinate, quam indeterminate sumptorum certa est, illorum physice, horum metaphysice.

VII.



VII. *Ens necessarium hoc ipso quod possibile est, existit.*

VIII. *Entis simplicis tam ortus, quam interitus instantaneus est.*

IX. *Miraculum male definitur a SPINOSA LOKIO, CLARKIO &c. ejusdem furfuris.*

X. *Miracululum possibile est, effici autem non potest nisi a Deo.*

XI. *Anima hominis est substantia, spiritalis, immortalis, libera etiam libertate indifferientiae.*

XII. *Bruta non sunt mera automata, eorum animae sunt spiritus, non tamen intellectuales.*

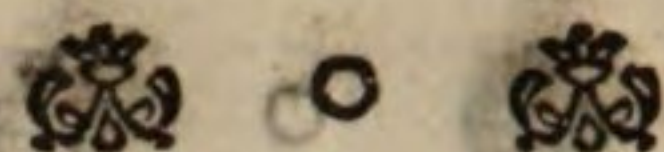
XIII. *Commercium corporis & animae in systemate WOLFII male cohaeret cum libertate.*

XIV. *Felicius illud explicat, saltem quoad praecipua P. TOURNEMINE S. J.*

XV. *Existere Deum demonstratur argumentis tum physicis, tum moralibus.*

EX ALGEBRA.

PROBLEMA I. *Quantitates algebraicas addere, subtrahere, multiplicare, dividere.*



PROBLEMA II. *Extrahere $\sqrt{\quad}$ & $\sqrt[3]{\quad}$.*

THEOR. I. Si $a : b = c : d$ erit $ad = bc$.

COROL. I. Si $a : b = b : c$ erit $ac = b^2$.

COROL. II. Si $a : b = c : x$ erit $x = \frac{bc}{a}$.

COROL. III. Si $a : b = b : x$, erit $x = \frac{b^2}{a}$.

COROL. IV. Si $a : y = y : b$, erit $y = \sqrt{ab}$.

THEOREMA II. *Si duae quantitates per eandem tertiam multiplicentur aut dividantur, illinc producta, hinc quoti habent eandem rationem, quam dicunt a & b.*

COROLLARIUM. *Duarum quantitatum dupla, tripla, sunt uti simpla, & tota sunt uti eorum dimidia &c.*

THEOR. III. Si est $a : b = c : d$, erit etiam

Commutando $c : d = a : b$

Alternando $a : c = b : d$

Invertendo $b : a = d : c$

Componendo $a + b : b = c + d : d$

Dividendo $a - b : b = c - d : d$

Convertendo $a : a - b = c : c - d$

Mixtim $a + b : a - b = c + d : c - d$

Iterum $a + c : b + d = a : b$

Item $a - c : b - d = a : b$

THEOREMA IV. *Si bini termini in duabus proportionibus eandem rationem constituent;*



*stituant; rationes reliquae constituunt ra-
tionem, quam vocant*

ex aequo simpliciter

$$a : b = c : d$$

$$c : d = e : f$$

$$a : b = e : f.$$

THEOREMA V. *Si dentur duae porportio-
nes, in quibus (sibi invicem subscriptis)
lineae ad inaequales quantitates ductae
fiunt parallelae; erunt hae quantitates
proportionales*

ex aequo ordinato

$$a : b = c : d$$

$$b : f = d : g$$

$$a : f = c : g.$$

THEOREMA V. *Si in duabus proportioni-
bus sibi invicem subscriptis lineae ad in-
aequales quantitates ductae sint conver-
gentes, erunt hae quantitates proportio-
nales*

ex aequo perturbato

$$a : b = c : d$$

$$b : f = g : h$$

$$a : f = g : d.$$

* 3

THEO-



THEOREMA VII. Si dentur tres continue proportionales a, b, c ; erit primus ad tertium, uti quadratum primi ad quadratum secundi *h. e.* si $a:b = b:c$ erit $a:c = a^2 : b^2$.

THEOREMA VIII. Si termini unius proportionis multiplicentur aut dividantur per correspondentes terminos alterius proportionis illinc producta, hinc quoti erunt proportionales

$$\text{I. } a : b = c : d$$

$$e : f = g : h$$

$$ae : bf = cg : dh.$$

$$\text{II. } \frac{a}{e} : \frac{b}{f} = \frac{c}{g} : \frac{d}{h}$$

$$\text{fit } \frac{a}{e} = l; \frac{b}{f} = m; : \frac{c}{g} = n; \frac{d}{h} = r$$

$$\text{erit } l : m = n : r.$$

EX PHYSICA GENERALI.

I. Principia corporum sunt puncta physica indivisibilia.

II. Attractio est determinatio corporum seu particularum ad accessum, repulsio ad recessum.

III. In distantis respective minimis (alii dicunt ultimis) agit vis repulsiva; in paulo majoribus revera tamen adhuc exiguis vi repulsivae locus est; in majoribus distan-



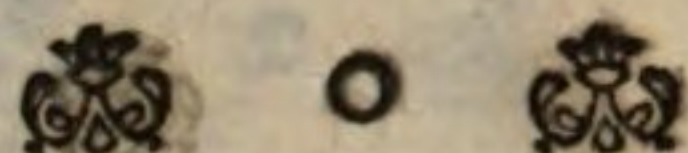
*stantiis vires semper sunt attractivae, in
exiguis vero aucta vel imminuta distantia
attractiones & repulsiones alternant.*

IV. *Praedictae vires rite exhibentur per
curvam asymptoticam* P. ROGERI BOS-
COVICH S. J.

V. *Vires attrahentes respondent massis at-
trahentibus; est proinde $V : v = M : m$.*

VI. *Vires acceleratrices, quae sunt effectus
virium attrahentium respondent pariter
massis attrahentibus, h. e. quo major est
massa attrahens, eo major est vis accelera-
trix in massa attracta. Unde si spectetur
vis acceleratrix in duabus massis se mutuo
trahentibus A & B, dicaturque vis accele-
ratrix U & u, erit $U : u = B : A$ adeo-
que vires acceleratrices sunt in ratione
inversa massarum, $U : u = m : M$.*

VII. *Vires utraeque indistantiis majoribus
sunt in ratione quadrata inversa distantia-
rum; est igitur $V : v = \frac{M}{D^2} : \frac{m}{d^2}$; $V :$
 $v = Md^2 : mD^2$ quare si massae attra-
hentes aequales sint erit $V : v = d^2 : D^2$.
Si per V intelligatur vis acceleratrix,
quae ab actione massae M effici concipi-
tur, eadem formula pro viribus accelera-
tricibus obtinet.*



VIII. Si duae sphaerae attrahunt punctum in sua superficie positum erit $V : v =$

$$\frac{M}{D^2} : \frac{m}{d^2} = \frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2} = \frac{R^3}{K} : \frac{m^3}{r^2} = R : r.$$

IX. Vis motrix, quae in corporibus terrestribus pondus dicitur, respondet massae quae attrahitur ductae in vim acceleratricem erit igitur $P : p = MV : mv$. Unde si massa attrahens adeoque $\mathcal{E}$ vis acceleratrix sit constans $\mathcal{E}$ insuper distantia constans sit, erit $P : p = M : m$.

X. Si vires motrices binarum massarum inaequalium in se mutuo tendentium spectentur, erit $P : p = mM : Mm$. eadem igitur vi motrice, qua unica particula a tellure separata in eandem tendit, tota tellus vicissim tendet in illam particulam.

XI. Mobile quod sollicitatur a viribus ita sub angulo conspirantibus, ut per latera parallelogrammi exhiberi possint, describit diagonalem.

XII. Cohaesio partium in corporibus plerumque oritur a limitibus cohaesionis.

XIII. Si limites hi admodum validi sint, durities, si frequentiores $\mathcal{E}$ parum validi mollities, si nec nimium validi, nec nimium debiles elasticitas dabitur.



XIV. Si particulae corporis solvendi, particulas menstrui fortius trahant, quam seipsas, sequitur solutio.

XV. Fermentationem a virium alternatione repetimus.

XVI. Corpus descendens per planum inclinatum amittit partem gravitatis absolutae, eo majorem, quo acutior est angulus, quem planum cum horizonte efformat.

XVII. Si vis absoluta dicatur W , respectiva V , longitudo plani L altitudo A ; erit $W : V = L : A$.

XVIII. Cometae sunt corpora opaca mundo coeua.

XIX. Eclipsis solis oritur ex interpositione lunae inter solem & terram.

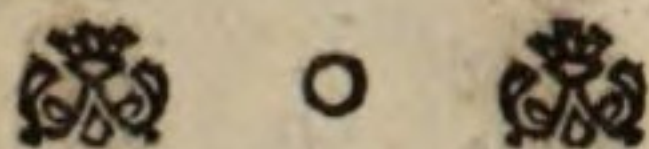
XX. Eclipsis lunae oritur ex interpositione terrae inter solem & lunam.

XXI. Systema copernici bene explicat phaenomena.

XXII. Lunae in terram gravitas corporum omnium insuperficie terrae positorum gravitatem in tellurem imminuit.

XXIII. Haec gravitatis diminutio tantum influidis saltem ad 90° extensis potest fieri sensibilis.

XXIV. Aestus maris efficitur inaequalitate actionis lunaris in diversas maris partes.



XXV. *Ad Aestum maris etiam solis actio efficacitatem quampiam habet, minorem tamen quam actio lunae.*

EX PHYSICA SPECIALI.

- I.** *Fluida premunt in omnem partem aequaliter.*
- II.** *Pressio fluidi in fundum aequatur basi ductae in altitudinem.*
- III.** *Quaevs fluidi portio vase contenti vim suam premendi seorsim exerit.*
- IV.** *Fluida homogenea in tubis communicantibus sunt inaequilibrio si altitudines perpendiculares aequales sint.*
- V.** *Heterogenea aequilibrant si altitudines & gravitates specificae reciprocent, si $A : a = g : G$ adeoque $AG = ag$.*
- VI.** *Solidum fluido immersum tantum perdit de pondere suo, quantum est pondus fluidi, e loco, quem solidum occupat, extrusi.*
- VII.** *Solidum specificè levius fluido impositum primo aliquantum descendit, postea supernatat.*
- VIII.** *Solidum ejusdem specificae gravitatis fluido immersum eo in loco consistit, in quo constituitur.*
- IX.** *Celeritas fluidi ex eodem vase erumpentis eadem est in iisdem a superficie distan-*



stantiis, diversa in diversis proinde $C : c = A : a$.

X. *Celeritates fluidorum per aequalia lumina erumpentium sunt ut fluidorum quantitates eodem tempore effusae h. e.*

$$C : c = Q : q \text{ item } C : c = V_A : V_a.$$

XI. *Quantitates fluidorum per lumina egredientium sunt in ratione composita temporum, foraminum & subduplicata altitudinum $Q : q = TF V_A' : tf V_a$.*

XII. *Causa ascensus fluidorum in tubis capillaribus non est pressio aeris vel aetheris.*

XIII. *Idem ascensus male repetitur a validiore adhaesione fluidi ad latera tubi.*

XIV. *Ascensus fluidorum in tubis capillaribus repetendus est ab attractione tubi.*

XV. *Vitrum non trahit fluidum vi absoluta, sed respectiva.*

XVI. *Si vis absoluta vitri dicatur V , resistentia fluidi v , diameter tubi d ; erit vis respectiva totius annuli $= V - v. d = Vd - vd$.*

XVII. *Sonus derivativus consistit in motu aeris oscillatorio.*

XVIII. *Ignis consistit in vehementissima fermentatione partium internarum, qua majores molecule attenuantur, atque ad areas repulsivas delatae a massa totali eji-
ciuntur.*

XIX.

- ❧ ○ ❧
- XIX.** *Ignis in progressu consistit in effluviis ex corpore ardente egressis.*
- XX.** *Calor est moderatior partium intestinalium motus, quo minor effluviorum copia expellitur.*
- XXI.** *Frigus non habetur per ingressum particularum frigoriferarum.*
- XXII.** *Sed consistit in respectiva partium minimarum quiete.*
- XXIII.** *Electricitas alia est positiva, alia negativa per utramque rite explicantur electricitatis phaenomena.*
- XXIV.** *A gemina illa electricitate fulminum quoque phaenomena repetimus.*
- XXV.** *Lux consistit in effluviis e corpore lucente egressis.*
- XXVI.** *Refractionis lucis ut plurimum oritur a viribus medii attractivis superantibus vires medii, in quo lux ante versabatur.*
- XXVII.** *Reflexio lucis ut plurimum oritur a viribus repulsivis novi medii.*
- XXVIII.** *Radii lucis sunt heterogenei ex natura sua diversimode refrangibiles.*
- XXIX.** *Radii lucis, qui refrangibilitate differunt, etiam colore differunt.*
- XXX.** *Diaphaneitas ab ea corporum textura repetenda est, in qua vires, quantum ad lucem attinet, homogeneae resultant.*

XXXI.



XXXI. Opacitas corporum oritur ab heterogenea partium textura, atque inaequali partium solidarum & spatiorum vacuorum distributione, qua fit ut exigua lucis copia transmittatur, maxima vero ejusdem pars aut reflectatur a superficie, aut intra corpus opacum in omnem partem dispersa vel extinguatur omnino, vel lentissime ac successive e corpore emergat.

XXXII. Colores corporum prout sunt in objectis repetimus a subtilissimis atque pellucidibus eorundem lamellis quae diversi generis radios maxima copia reflectunt, reliquos maxima copia transmittunt.

XXXIII. Nubes sunt nebulae in aere suspensae.

XXXIV. Pluviae sunt vapores nubium in majores gutulas con crescentes atque in tellurem recidentes.

XXXV. Ros est vapor tenuis aere tranquillo aliis corporibus in libera atmosphaera positus adhaerescens.

XXXVI. Pruina est vapor tenuis frigore constrictus corporibus adhaerens.

XXXVII. Nix est vapor congelatus & in floccos majores collectus.

XXXIII. Grando e vaporibus aqueis nascitur, qui primo in nives abeunt, inde vero
inter



*inter labendum aliis nondum induratis
accrescentibus augentur.*

XXXIX. *De iride, Halone, Parello, stel-
lis cadentibus, ignibus fatuis D. Defen-
dens interrogatus respondebit.*

XL. *Terrae motus potissimum ad ingens
spatium excurrentes commode repetuntur
a fermentationibus subterraneis & mate-
teria electrica, etsi & aliae causae acce-
dere possint.*

O. A. M. D. G. & B. V. M. H.

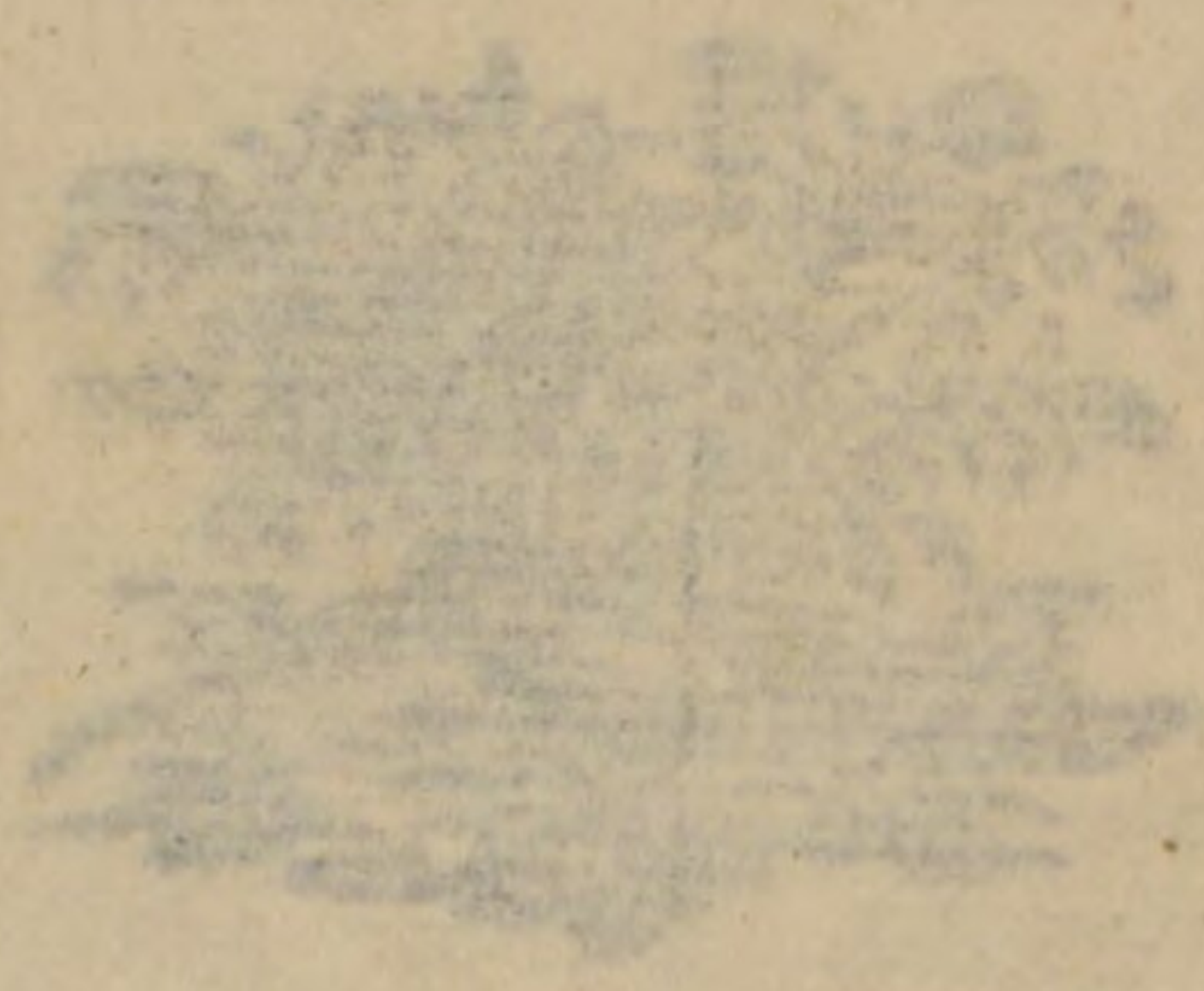


...alios vendit in ...
...argentum.

XIII. De arboribus, herbis, Praelib. ...
...evidentibus, ignis, factis D. De ...
...interrogatus respondit.

XI. Terrae motus potissimum ad in ...
...eximie communis reprimuntur
...subterraneis et viol ...
...causae ex ...
...possunt.

C. C. M. D. C. C. C. V. M. H.







Agricola, Joseph

Theoria motus in conflictu corporum physice et algebraice exposita

Heidelberga 1773

Diss. 152

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10839863-4

VD18 1479523X-001